

Kecerdasan Buatan

Sistem Inferensi Fuzzy: Studi Kasus Logika Fuzzy

Oleh Politeknik Elektronika Negeri Surabaya
2021



Politeknik Elektronika Negeri Surabaya
Departemen Teknik Informatika dan Komputer

Konten

- Penerapan logika Fuzzy
- Proses dalam logika Fuzzy
- Metode defuzzyfikasi

Tujuan Instruksi Umum

Mahasiswa memahami filosofi Kecerdasan Buatan dan mampu menerapkan beberapa metode Kecerdasan Komputasional dalam menyelesaikan sebuah permasalahan, baik secara individu maupun berkelompok/kerjasama tim.

Tujuan Instruksi Khusus

- Memahami penerapan Logika Fuzzy dalam menyelesaikan suatu permasalahan
- Memahami proses dalam Logika Fuzzy dalam menyelesaikan suatu permasalahan
- Memahami cara berbagai metode defuzzyfikasi dalam menyelesaikan suatu permasalahan

Istilah-Istilah

- **Fuzzification:** suatu proses pengubahan input sistem yang bernilai tegas menggunakan fungsi keanggotaan fuzzy, menjadi variabel linguistik menggunakan fungsi keanggotaan yang disimpan dalam basis pengetahuan fuzzy.

Definisi dari himpunan fuzzy dan penentuan derajat keanggotaan dari crisp input pada sebuah himpunan fuzzy.

- **Inferensi:** evaluasi kaidah/aturan/rule fuzzy untuk menghasilkan output dari tiap rule.
- **Composition:** agregasi atau kombinasi dari keluaran semua rule kedalam himpunan fuzzy tunggal.
- **Defuzzification:** perhitungan *crisp output*. proses mengubah output fuzzy yang diperoleh dari mesin inferensi menjadi nilai tegas menggunakan fungsi keanggotaan yang sesuai dengan saat dilakukan fuzzyfikasi.



Sistem Inferensi Fuzzy

- Metode Tsukamoto
- Metode Sugeno
- Metode Mamdani

METODE TSUKAMOTO

Metode Tsukamoto

- Pertama kali diperkenalkan oleh Tsukamoto.
- Setiap konsekuen (kesimpulan) pada setiap aturan IF-THEN harus direpresentasikan dengan suatu ***himpunan fuzzy dengan fungsi keanggotaan monoton***.
- Hasilnya, output hasil inferensi dari setiap aturan diberikan ***secara tegas (crisp) berdasarkan α -predikat***, kemudian menghitung ***rata-rata terbobot***.

Metode Tsukamoto

- Secara umum bentuk model fuzzy Tsukamoto adalah:

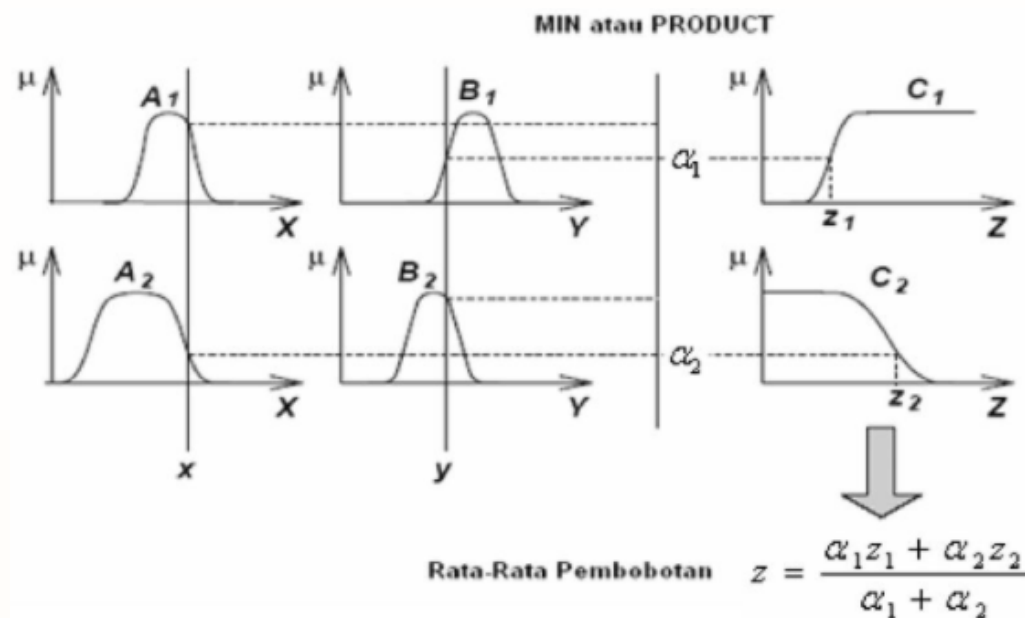
IF (x is A) AND (y is B) THEN (z is C)

Dimana A, B, dan C adalah himpunan fuzzy.

- Misalkan diketahui 2 rule berikut :
 - IF (x is A1) AND (y is B1) THEN (z is C1)
 - IF (x is A2) AND (y is B2) THEN (z is C2)

Metode Tsukamoto

Skema penalaran fungsi implikasi MIN atau product dan proses defuzifikasi dilakukan dengan cara mencari nilai rata-ratanya.



Contoh: metode Tsukamoto

- Sebuah perusahaan makanan kaleng akan memproduksi makanan jenis ABC. Dari data **permintaan** 1 bulan terakhir:
 - permintaan terbesar hingga mencapai 5000 kemasan/hari
 - permintaan terkecil sampai mencapai 1000 kemasan/hari
- **Persediaan** barang digudang:
 - paling banyak sampai 600 kemasan/hari
 - paling sedikit sampai 100 kemasan/hari
- Dengan segala keterbatasannya, sampai saat ini, perusahaan baru mampu **memproduksi** barang maksimal 7000 kemasan/hari, serta demi efisiensi mesin dan SDM tiap hari diharapkan perusahaan memproduksi paling tidak 2000 kemasan.



Contoh: metode Tsukamoto

- Apabila proses produksi perusahaan tersebut menggunakan 4 aturan sebagai berikut:
 - **Rule 1:** IF permintaan TURUN and persediaan BANYAK THEN produksi barang BERKURANG
 - **Rule 2:** IF permintaan TURUN and persediaan SEDIKIT THEN produksi barang BERKURANG
 - **Rule 3:** IF permintaan NAIK and persediaan BANYAK THEN produksi barang BERTAMBAH
 - **Rule 4:** IF permintaan NAIK and persediaan SEDIKIT THEN produksi barang BERTAMBAH
- Berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi, jika jumlah **permintaan** sebanyak 4000 kemasan, dan **persediaan** di gudang masih 300 kemasan ?
(Gunakan fungsi keanggotaan **LINEAR**)

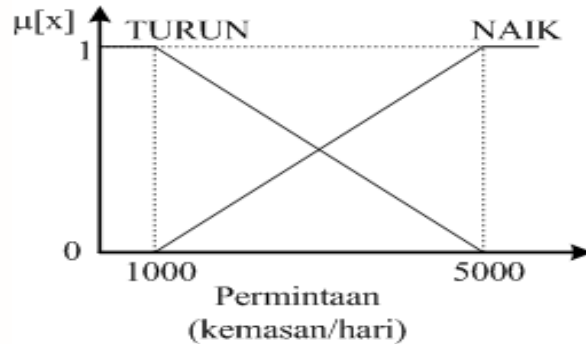
Ada 3 variabel yang digunakan: PERMINTAAN, PERSEDIAAN, dan PRODUKSI

PERMINTAAN: 1000 sd 5000, $x = 4000$

PERSEDIAAN: 100 sd 600, $y = 300$

PRODUKSI: 2000 sd 7000, $z = ?$

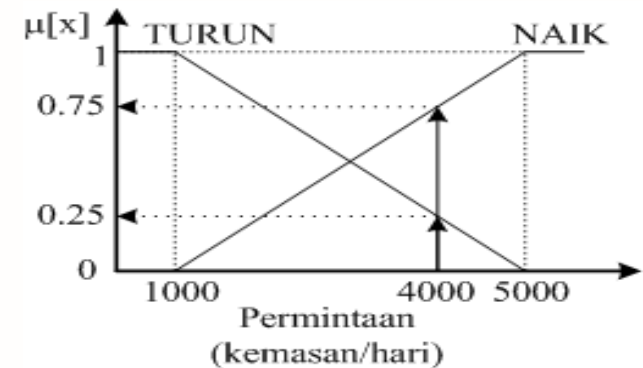
PERMINTAAN, terdiri dari 2 himpunan fuzzy: TURUN dan NAIK



$$\mu_{pmtTURUN}[x] = \begin{cases} 1 & , x < 1000 \\ \frac{5000 - x}{4000} & , 1000 \leq x \leq 5000 \\ 0 & , x > 5000 \end{cases}$$

$$\mu_{pmtNAIK}[x] = \begin{cases} 0 & , x < 1000 \\ \frac{x - 1000}{4000} & , 1000 \leq x \leq 5000 \\ 1 & , x > 5000 \end{cases}$$

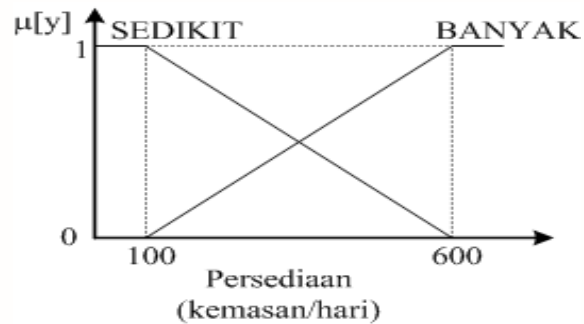
Nilai keanggotaan untuk nilai **PERMINTAAN = 4000**



$$\mu_{pmtTURUN}[4000] = (5000 - 4000) / 4000 = 0.25$$

$$\mu_{pmtNAIK}[4000] = (4000 - 1000) / 4000 = 0.75$$

PERSEDIAAN, terdiri dari 2 himpunan fuzzy: SEDIKIT dan BANYAK



$$\mu_{psdSEDIKIT}[y] = \begin{cases} 1 & , y < 100 \\ \frac{600 - y}{500} & , 100 \leq y \leq 600 \\ 0 & , y > 600 \end{cases}$$

$$\mu_{psdBANYAK}[y] = \begin{cases} 0 & , y < 100 \\ \frac{y - 100}{500} & , 100 \leq y \leq 600 \\ 1 & , y > 600 \end{cases}$$



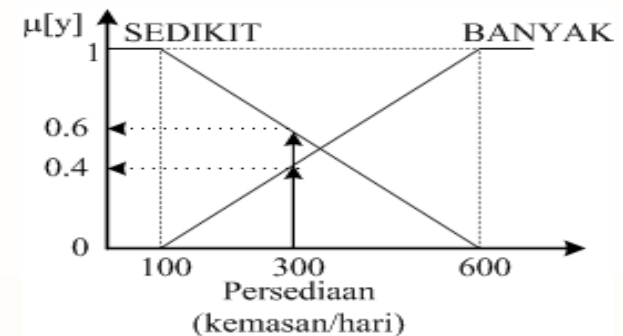
Ada 3 variabel yang digunakan: PERMINTAAN, PERSEDIAAN, dan PRODUKSI

PERMINTAAN: 1000 sd 5000, $x = 4000$

PERSEDIAAN: 100 sd 600, $y = 300$

PRODUKSI: 2000 sd 7000, $z = ?$

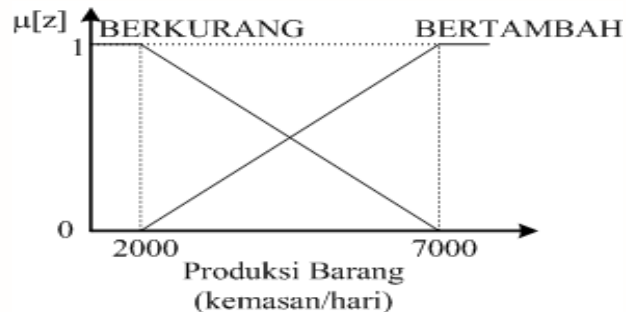
Nilai keanggotaan untuk nilai **PERSEDIAAN = 300**



$$\mu_{psdSEDIKIT}[300] = (600 - 300) / 500 = 0.6$$

$$\mu_{psdBANYAK}[300] = (300 - 100) / 500 = 0.4$$

PRODUKSI, terdiri dari 2 himpunan fuzzy: BERKURANG dan BERTAMBAH



$$\mu_{\text{prdBERKURANG}}[z] = \begin{cases} 1 & , z < 2000 \\ \frac{7000 - z}{5000} & , 2000 \leq z \leq 7000 \\ 0 & , z > 7000 \end{cases}$$

$$\mu_{\text{psdBERTAMBAH}}[z] = \begin{cases} 0 & , z < 2000 \\ \frac{z - 2000}{5000} & , 2000 \leq z \leq 7000 \\ 1 & , z > 7000 \end{cases}$$

$$\mu_{\text{pmtTURUN}} = 0.25$$

$$\mu_{\text{pmtNAIK}} = 0.75$$

$$\mu_{\text{pmtSEDIKIT}} = 0.6$$

$$\mu_{\text{pmtBANYAK}} = 0.4$$

Nilai α -predikat dan Z dari setiap aturan

Rule 1: IF permintaan TURUN and persediaan BANYAK THEN produksi barang BERKURANG

$$\begin{aligned} \alpha\text{-predikat}_1 &= \mu_{\text{pmtTURUN}} \cap \mu_{\text{psdBANYAK}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtTURUN}}[4000] \cap \mu_{\text{psdBANYAK}}[300]) \\ &= \min(0.25; 0.4) \\ &= 0.25 \end{aligned}$$

Dari himpunan produksi barang **BERKURANG**,
 $(7000-z)/5000 = 0.25 \rightarrow z_1 = 5750$

Rule 2: IF permintaan TURUN and persediaan SEDIKIT THEN produksi barang BERKURANG

$$\begin{aligned} \alpha\text{-predikat}_2 &= \mu_{\text{pmtTURUN}} \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtTURUN}}[4000] \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}}[300]) \\ &= \min(0.25; 0.6) \\ &= 0.25 \end{aligned}$$

Dari himpunan produksi barang **BERKURANG**,
 $(7000-z)/5000 = 0.25 \rightarrow z_2 = 5750$

$\mu_{\text{pmtTURUN}} = 0.25$ $\mu_{\text{pmtNAIK}} = 0.75$

Nilai α -predikat dan Z dari setiap aturan

Rule 3: IF permintaan NAIK and persediaan BANYAK THEN produksi barang BERTAMBAH

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_3 &= \mu_{\text{pmtNAIK}} \cap \mu_{\text{psdBANYAK}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtNAIK}}[4000] \cap \mu_{\text{psdBANYAK}}[300]) \\ &= \min(0.75; 0.4) \\ &= 0.4\end{aligned}$$

Dari himpunan produksi barang BERTAMBAH,
 $(z-2000)/5000 = 0.4 \rightarrow z_3 = 4000$

Rule 4: IF permintaan NAIK and persediaan SEDIKIT THEN produksi barang BERTAMBAH

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_4 &= \mu_{\text{pmtNAIK}} \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtNAIK}}[4000] \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}}[300]) \\ &= \min(0.75; 0.6) \\ &= 0.6\end{aligned}$$

Dari himpunan produksi barang BERTAMBAH,
 $(z-2000)/5000 = 0.6 \rightarrow z_4 = 5000$

Menghitung z akhir dengan merata-rata semua z berbobot:

$$z = \frac{\alpha pred_1 * z_1 + \alpha pred_2 * z_2 + \alpha pred_3 * z_3 + \alpha pred_4 * z_4}{\alpha pred_1 + \alpha pred_2 + \alpha pred_3 + \alpha pred_4}$$
$$z = \frac{0.25 * 5750 + 0.25 * 5750 + 0.4 * 4000 + 0.6 * 500}{0.25 + 0.25 + 0.4 + 0.6} = \frac{7457}{1.5} = 4983$$

$\alpha\text{-predikat}_1 = 0.25$ $\alpha\text{-predikat}_2 = 0.25$ $\alpha\text{-predikat}_3 = 0.4$ $\alpha\text{-predikat}_4 = 0.6$

Jadi, jumlah makanan jenis ABC yang harus diproduksi sebanyak **4983 kemasan**.



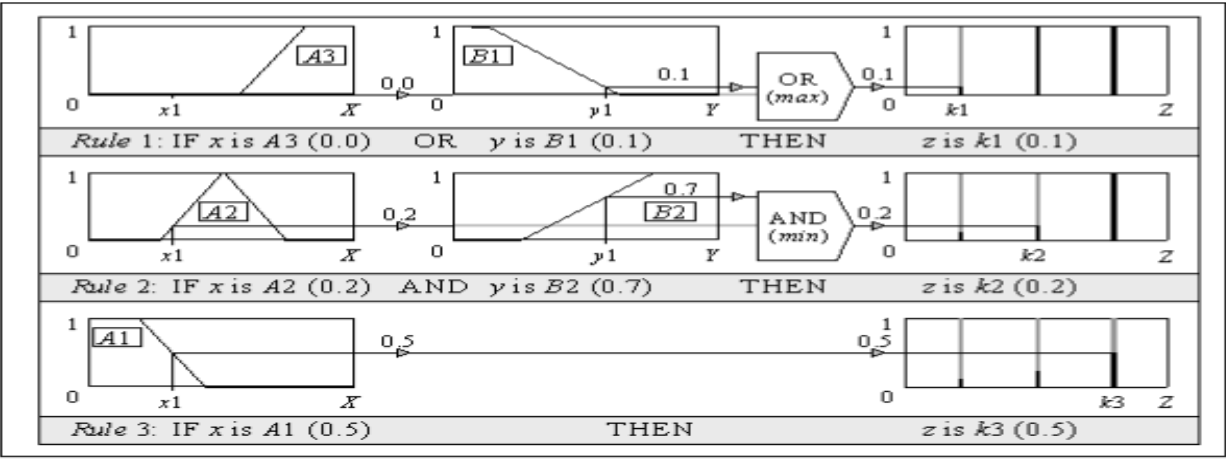
METODE SUGENO

Metode Sugeno

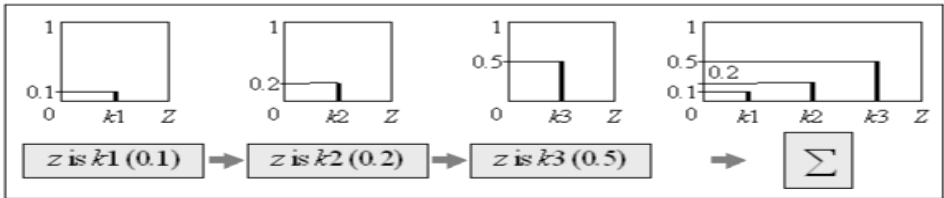
- Diperkenalkan oleh Takagi-Sugeno-Kang, tahun 1985.
- Bagian output (konsekuen) sistem tidak berupa himpunan fuzzy, melainkan ***konstanta*** (orde nol) atau ***persamaan linear*** (orde satu).
- Model Sugeno Orde Nol
 - IF $(x_1 \text{ is } A_1) \bullet (x_2 \text{ is } A_2) \bullet \dots \bullet (x_n \text{ is } A_n)$ THEN $z=f(x,y)$
- Model Sugeno Orde Satu
 - IF $(x_1 \text{ is } A_1) \bullet (x_2 \text{ is } A_2) \bullet \dots \bullet (x_n \text{ is } A_n)$ THEN $z= p_1 * x_1 + \dots + p_2 * x_2 + q$
- Catatan :
 - $A_1, A_2, \dots, A_n$, adalah himpunan fuzzy ke-i sebagai anteseden
 - $z = f(x,y)$ adalah fungsi tegas (biasanya merupakan fungsi linier dari x dan y).

Contoh Metode Sugeno

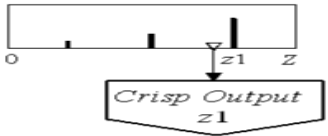
Evaluasi Rule



Komposisi



Defuzzifikasi



Contoh: Metode Sugeno

- Sebuah perusahaan makanan kaleng akan memproduksi makanan jenis ABC. Dari data **permintaan** 1 bulan terakhir, :
 - permintaan terbesar hingga mencapai 5000 kemasan/hari, dan
 - permintaan terkecil sampai 1000 kemasan/hari.
- **Persediaan** barang digudang:
 - paling banyak sampai 600 kemasan/hari, dan
 - paling sedikit sampai 100 kemasan/hari.
- Dengan segala keterbatasannya, sampai saat ini, perusahaan baru mampu **memproduksi** barang maksimal 7000 kemasan/hari, serta demi efisiensi mesin dan SDM tiap hari diharapkan perusahaan memproduksi paling tidak 2000 kemasan.



Contoh: Metode Sugeno

- Apabila proses produksi perusahaan tersebut menggunakan 4 aturan sebagai berikut:
 - **Rule 1:** IF permintaan TURUN and persediaan BANYAK THEN produksi barang = **permintaan - persediaan**
 - **Rule 2:** IF permintaan TURUN and persediaan SEDIKIT THEN produksi barang = **permintaan**
 - **Rule 3:** IF permintaan NAIK and persediaan BANYAK THEN produksi barang = **permintaan**
 - **Rule 4:** IF permintaan NAIK and persediaan SEDIKIT THEN produksi barang = **$1.25 * \text{permintaan} - \text{persediaan}$**
- Berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi, jika jumlah **permintaan** sebanyak 4000 kemasan, dan **persediaan** di gudang masih 300 kemasan ? (***Gunakan fungsi keanggotaan LINEAR***)



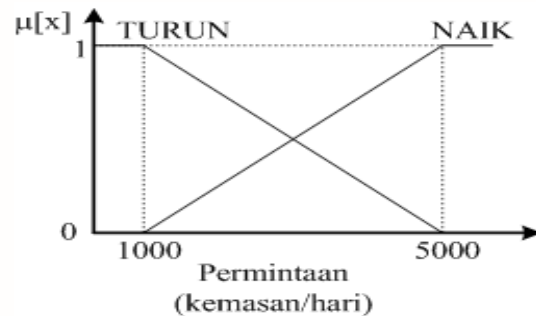
Ada 3 variabel yang digunakan: PERMINTAAN, PERSEDIAAN, dan PRODUKSI

PERMINTAAN: 1000 – 5000, $x = 4000$

PERSEDIAAN: 100 - 600, $y = 300$

PRODUKSI: 2000 – 7000, $z = ?$

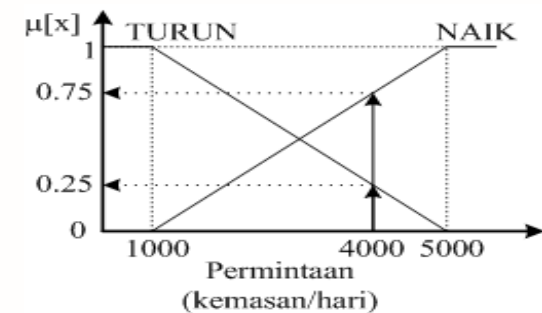
PERMINTAAN, terdiri dari 2 himpunan fuzzy:
TURUN dan NAIK



$$\mu_{pmtTURUN}[x] = \begin{cases} 1 & , x < 1000 \\ \frac{5000 - x}{4000} & , 1000 \leq x \leq 5000 \\ 0 & , x > 5000 \end{cases}$$

$$\mu_{pmtNAIK}[x] = \begin{cases} 0 & , x < 1000 \\ \frac{x - 1000}{4000} & , 1000 \leq x \leq 5000 \\ 1 & , x > 5000 \end{cases}$$

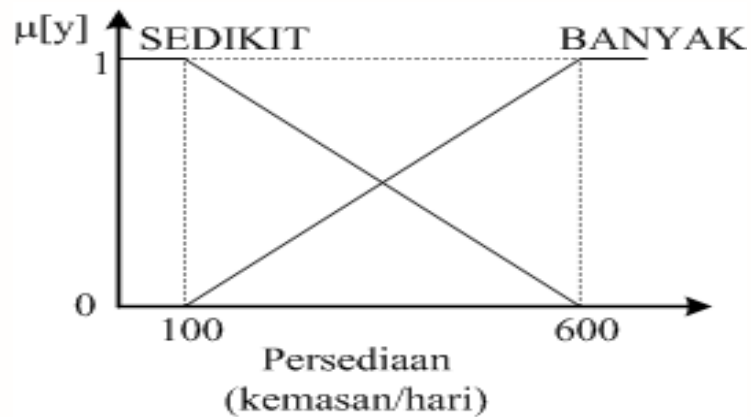
Nilai keanggotaan untuk nilai **PERMINTAAN = 4000**



$$\mu_{pmtTURUN}[4000] = (5000 - 4000) / 4000 = 0.25$$

$$\mu_{pmtNAIK}[4000] = (4000 - 1000) / 4000 = 0.75$$

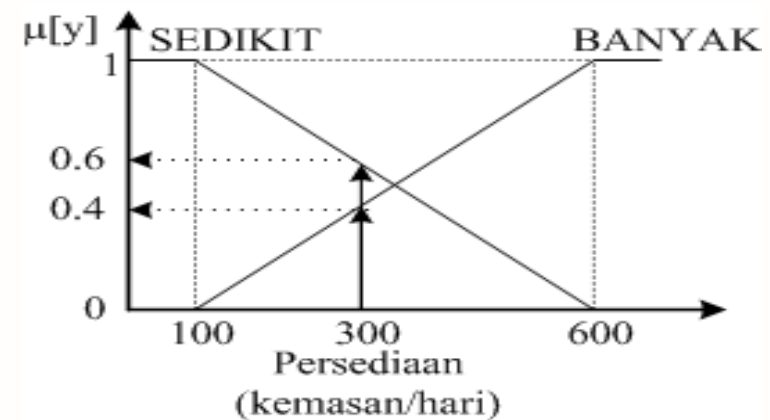
PERSEDIAAN, terdiri dari 2 himpunan fuzzy: SEDIKIT dan BANYAK



$$\mu_{psdSEDIKIT} [y] = \begin{cases} 1 & , y < 100 \\ \frac{600 - y}{500} & , 100 \leq y \leq 600 \\ 0 & , y > 600 \end{cases}$$

$$\mu_{psdBANYAK} [y] = \begin{cases} 0 & , y < 100 \\ \frac{y - 100}{500} & , 100 \leq y \leq 600 \\ 1 & , y > 600 \end{cases}$$

Nilai keanggotaan untuk nilai **PERSEDIAAN** = 300

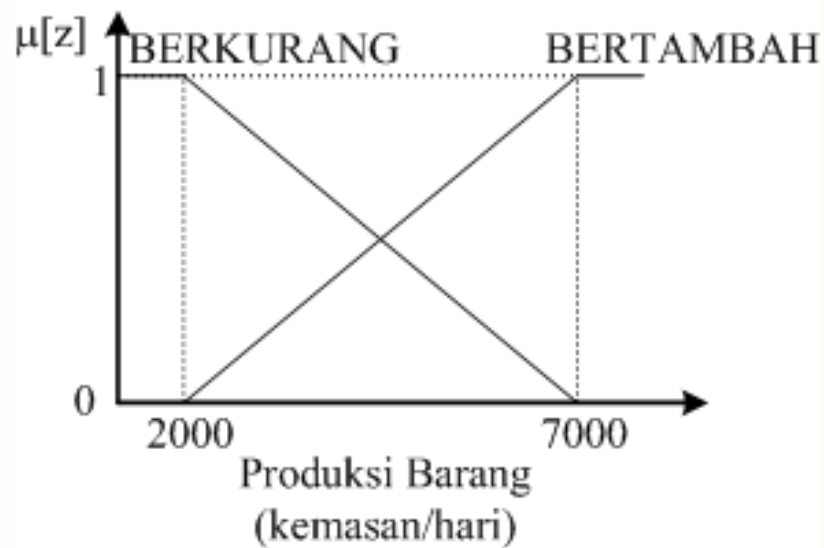


$y = 300$

$$\mu_{psdSEDIKIT}[300] = (600-300)/500 = 0.6$$

$$\mu_{psdBANYAK}[300] = (300-100)/500 = 0.4$$

PRODUKSI, terdiri dari 2 himpunan fuzzy: BERKURANG dan BERTAMBAH



$$\mu_{prdBERKURANG}[z] = \begin{cases} 1 & , z < 2000 \\ \frac{7000 - z}{5000} & , 2000 \leq z \leq 7000 \\ 0 & , z > 7000 \end{cases}$$

$$\mu_{psdBERTAMBAH}[z] = \begin{cases} 0 & , z < 2000 \\ \frac{z - 2000}{5000} & , 2000 \leq z \leq 7000 \\ 1 & , z > 7000 \end{cases}$$

$$\mu_{\text{pmtTURUN}} = 0.25$$

$$\mu_{\text{pmtNAIK}} = 0.75$$

$$\mu_{\text{pmtSEDIKIT}} = 0.6$$

$$\mu_{\text{pmtBANYAK}} = 0.4$$

PRODUKSI, tidak mempunyai himpunan fuzzy.
Nilai α -predikat dan Z dari setiap aturan

Nilai permintaan = 4000 Jumlah persediaan = 300

Rule 1: IF permintaan TURUN **AND** persediaan BANYAK
 THEN produksi barang = **permintaan - persediaan**

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_1 &= \mu_{\text{pmtTURUN}} \cap \mu_{\text{psdBANYAK}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtTURUN}}[4000] \cap \mu_{\text{psdBANYAK}}[300]) \\ &= \min(0.25; 0.4) \\ &= 0.25\end{aligned}$$

Dari bagian konsekuen Rule 1

$$\begin{aligned}z_1 &= \text{permintaan} - \text{persediaan} \\ &= 4000 - 300 = \mathbf{3700}\end{aligned}$$

Rule 2: IF permintaan TURUN **AND** persediaan
 SEDIKIT THEN produksi barang = **permintaan**

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_2 &= \mu_{\text{pmtTURUN}} \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtTURUN}}[4000] \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}}[300]) \\ &= \min(0.25; 0.6) \\ &= 0.25\end{aligned}$$

Dari bagian konsekuen Rule 2

$$\begin{aligned}z_2 &= \text{permintaan} \\ &= \mathbf{4000}\end{aligned}$$

Rule 3: IF permintaan NAIK **AND** persediaan BANYAK
 THEN produksi barang = **permintaan**

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_3 &= \mu_{\text{pmtNAIK}} \cap \mu_{\text{psdBANYAK}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtNAIK}}[4000] \cap \mu_{\text{psdBANYAK}}[300]) \\ &= \min(0.75; 0.4) \\ &= 0.4\end{aligned}$$

Dari bagian konsekuen Rule 3

$$\begin{aligned}z_3 &= \text{permintaan} \\ &= \mathbf{4000}\end{aligned}$$

Rule 4: IF permintaan NAIK **AND** persediaan SEDIKIT THEN
 produksi barang = **1.25*permintaan - persediaan**

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_4 &= \mu_{\text{pmtNAIK}} \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtNAIK}}[4000] \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}}[300]) \\ &= \min(0.75; 0.6) \\ &= 0.6\end{aligned}$$

Dari bagian konsekuen Rule 2

$$\begin{aligned}z_4 &= 1.25 * \text{permintaan} - \text{persediaan} \\ &= 1.25 * 4000 - 300 = \mathbf{4700}\end{aligned}$$



Menghitung z akhir dengan merata-rata semua z berbobot:

$\alpha\text{-predikat}_1 = 0.25$
 $\alpha\text{-predikat}_2 = 0.25$
 $\alpha\text{-predikat}_3 = 0.4$
 $\alpha\text{-predikat}_4 = 0.6$

$z_1 = 3700$
 $z_2 = 4000$
 $z_3 = 4000$
 $z_4 = 4700$

$$z = \frac{\alpha \text{pred}_1 * z_1 + \alpha \text{pred}_2 * z_2 + \alpha \text{pred}_3 * z_3 + \alpha \text{pred}_4 * z_4}{\alpha \text{pred}_1 + \alpha \text{pred}_2 + \alpha \text{pred}_3 + \alpha \text{pred}_4}$$

$$z = \frac{0.25 * 3700 + 0.25 * 4000 + 0.4 * 4000 + 0.6 * 4700}{0.25 + 0.25 + 0.4 + 0.6} = \frac{6345}{1.5} = 4230$$

*Jadi, jumlah makanan jenis ABC yang harus diproduksi sebanyak **4230 kemasan**.*



METODE MAMDANI

Metode Mamdani

- Diperkenalkan oleh Mamdani dan Assilian (1975).
- Metode mamdani paling sering digunakan karena strukturnya yang sederhana, yaitu menggunakan operasi min-max atau max-product.
- Ada 4 tahapan dalam inferensi Mamdani:
 1. **Pembentukan himpunan fuzzy (*fuzzyfication*)**: Pembentukan himpunan fuzzy dan perhitungan derajat keanggotaan
 2. **Penerapan fungsi implikasi**: Fungsi implikasi yang digunakan adalah **MIN**
 3. **Komposisi (*penggabungan*) aturan**: Komposisi antar rule menggunakan fungsi max atau max-product (menghasilkan himpunan fuzzy baru)

Ada 3 macam: **MAX**, **ADDITIVE**, dan **probabilistik OR** (probor)

4. **Penegasan (*defuzzyfication*)**: Input disini adalah suatu himpunan fuzzy yang diperoleh dari komposisi aturan-aturan fuzzy, outputnya adalah nilai tegas (crisp)

Metode defuzzifikasi: **Centroid** (Center of Mass), dan **Mean of Maximum** (MOM)



Metode Komposisi Aturan

- **MAX**

- Solusi himpunan diperoleh dengan cara **mengambil nilai maksimum** aturan, kemudian menggunakannya untuk memodifikasi daerah fuzzy, kemudian menerapkannya ke output dengan **operator OR**. Dirumuskan:
- $\mu_{sf}[x_i] \leftarrow \max(\mu_{sf}[x_i], \mu_{kf}[x_i])$
- Dimana: $\mu_{sf}[x_i]$ adalah nilai keanggotaan solusi fuzzy sampai aturan ke-i
- $\mu_{kf}[x_i]$ adalah nilai keanggotaan konsekuen fuzzy sampai aturan ke-i

- **Additive (sum)**

- Solusi fuzzy diperoleh dengan melakukan **bounded-sum** pada semua output daerah fuzzy. Dirumuskan:
- $\mu_{sf}[x_i] \leftarrow \min(1, \mu_{sf}[x_i] + \mu_{kf}[x_i])$

- **Probabilistik OR (probor)**

- Solusi fuzzy diperoleh dengan cara melakukan **product** terhadap semua output daerah fuzzy. Dirumuskan:
- $\mu_{sf}[x_i] \leftarrow (\mu_{sf}[x_i] + \mu_{kf}[x_i]) - (\mu_{sf}[x_i] * \mu_{kf}[x_i])$

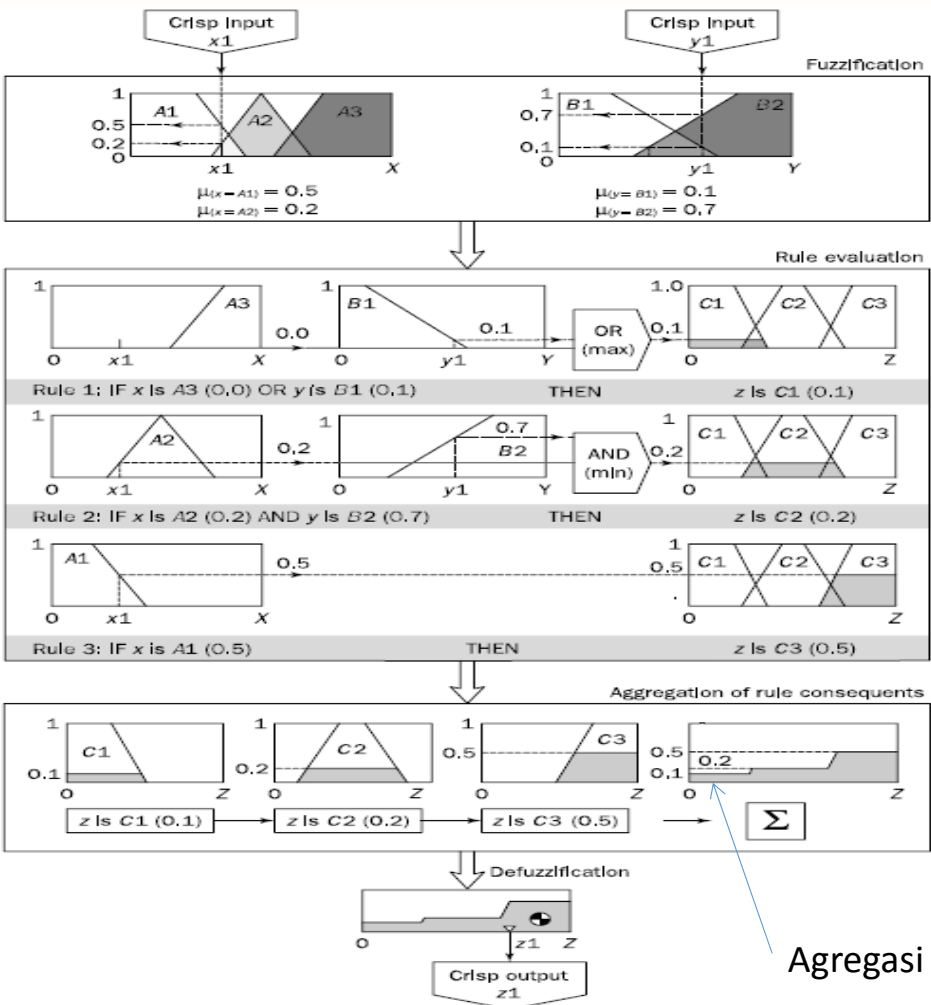


Persoalan sederhana
dengan 2 input, 1 output,
dan 3 rules

Rule: 1
IF x is A3
OR y is B1
THEN z is C1

Rule: 2
IF x is A2
AND y is B2
THEN z is C2

Rule: 3
IF x is A1
THEN z is C3



Menentukan derajat keanggotaan input x1 dan y1 pada himpunan fuzzy

Inferensi: aplikasikan fuzzified inputs, $\mu(x=A1) = 0.5$, $\mu(x=A2) = 0.2$, $\mu(y=B1) = 0.1$ and $\mu(y=B2) = 0.7$, ke anteseden dari aturan fuzzy

Untuk aturan fuzzy dengan anteseden lebih dari 1, operator fuzzy (AND atau OR) digunakan untuk mencapai sebuah nilai tunggal yang merepresentasikan hasil rule fuzzy. Nilai ini kemudian diaplikasikan ke fungsi keanggotaan konsekuen

Agregasi keluaran semua rule kedalam himpunan fuzzy tunggal

Agregasi menggunakan MAX



Metode Defuzzifikasi

• Metode **Centroid**

- Solusi *crisp* diperoleh dengan mengambil titik pusat (z^*) daerah fuzzy
- Titik pusat disebut juga centre of gravity (COG)
- Dirumuskan:
- Untuk semesta kontinyu

$$z^* = \frac{\int z \cdot \mu(z) dz}{\int \mu(z) dz}$$

- Untuk semesta diskrit

$$z^* = \frac{\sum_{j=1}^n z_j \mu(z_j)}{\sum_{j=1}^n \mu(z_j)}$$

• Metode **Mean of Maximum (MOM)**

- Solusi diperoleh dengan mengambil nilai rata-rata domain yang memiliki nilai keanggotaan terbesar.
- Dirumuskan:

$$z^* = \frac{\sum_{j=1}^l z_j}{l}$$

Dimana: z_j adalah titik dalam domain kosenkuen yang mempunyai nilai keanggotaan maksimum, dan l adalah jumlah titik yang mempunyai nilai keanggotaan maksimum

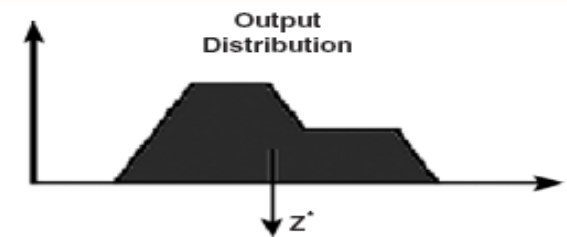


Fig. 6.3. Defuzzification using the center of mass

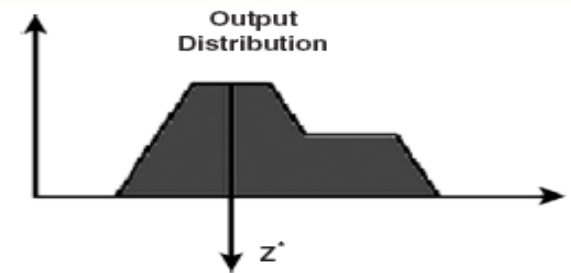


Fig. 6.4. Defuzzification using the mean of maximum

Contoh: Metode Mamdani

- Sebuah perusahaan makanan kaleng akan memproduksi makanan jenis ABC. Dari data **permintaan** 1 bulan terakhir, :
 - permintaan terbesar hingga mencapai 5000 kemasan/hari, dan
 - permintaan terkecil sampai 1000 kemasan/hari.
- **Persediaan** barang digudang:
 - paling banyak sampai 600 kemasan/hari, dan
 - paling sedikit sampai 100 kemasan/hari.
- Dengan segala keterbatasannya, sampai saat ini, perusahaan baru mampu **memproduksi** barang maksimal 7000 kemasan/hari, serta demi efisiensi mesin dan SDM tiap hari diharapkan perusahaan memproduksi paling tidak 2000 kemasan.



Contoh: Metode Mamdani

- Apabila proses produksi perusahaan tersebut menggunakan 4 aturan sebagai berikut:
 - **Rule 1:** IF permintaan TURUN and persediaan BANYAK THEN produksi barang BERKURANG
 - **Rule 2:** IF permintaan TURUN and persediaan SEDIKIT THEN produksi barang BERKURANG
 - **Rule 3:** IF permintaan NAIK and persediaan BANYAK THEN produksi barang BERTAMBAH
 - **Rule 4:** IF permintaan NAIK and persediaan SEDIKIT THEN produksi barang BERTAMBAH
- Berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi, jika jumlah permintaan sebanyak 4000 kemasan, dan persediaan di gudang masih 300 kemasan ? (***Gunakan fungsi keanggotaan LINEAR***)

Pembentukan himpunan fuzzy

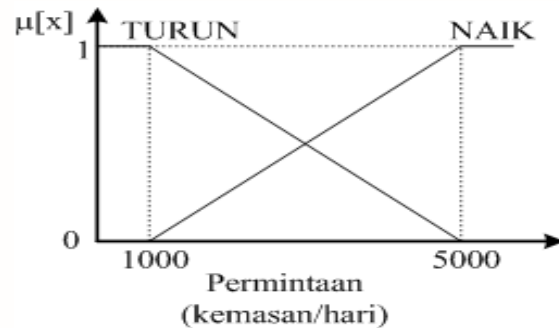
Ada 3 variabel yang digunakan: PERMINTAAN, PERSEDIAAN, dan PRODUKSI

PERMINTAAN: 1000 – 5000, $x = 4000$

PERSEDIAAN: 100 - 600, $y = 300$

PRODUKSI: 2000 – 7000, $z = ?$

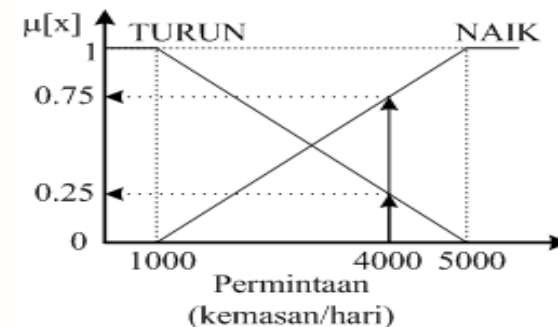
PERMINTAAN, terdiri dari 2 himpunan fuzzy: TURUN dan NAIK



$$\mu_{pmtTURUN}[x] = \begin{cases} 1 & , x < 1000 \\ \frac{5000 - x}{4000} & , 1000 \leq x \leq 5000 \\ 0 & , x > 5000 \end{cases}$$

$$\mu_{pmtNAIK}[x] = \begin{cases} 0 & , x < 1000 \\ \frac{x - 1000}{4000} & , 1000 \leq x \leq 5000 \\ 1 & , x > 5000 \end{cases}$$

Nilai keanggotaan untuk nilai **PERMINTAAN = 4000**



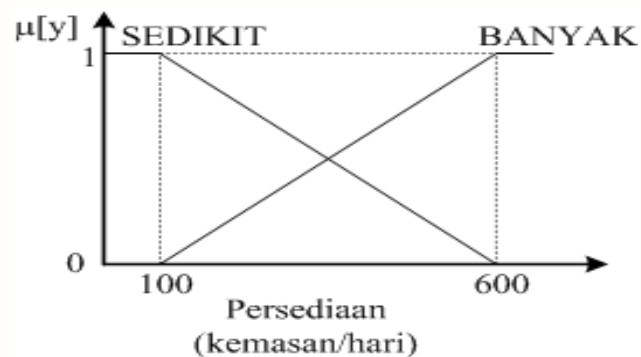
$x = 4000$

$$\mu_{pmtTURUN}[4000] = (5000 - 4000) / 4000 = 0.25$$

$$\mu_{pmtNAIK}[4000] = (4000 - 1000) / 4000 = 0.75$$

Pembentukan himpunan fuzzy

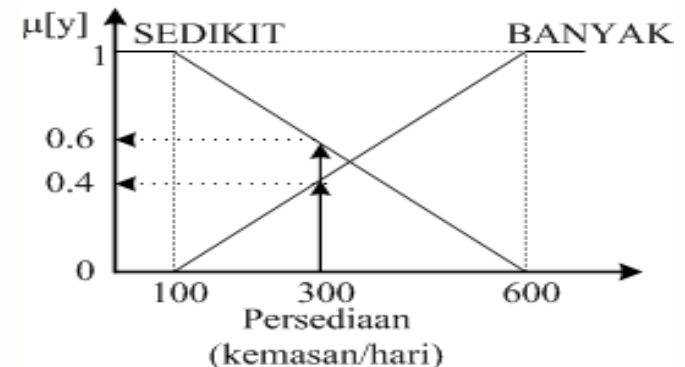
PERSEDIAAN, terdiri dari 2 himpunan fuzzy:
SEDIKIT dan BANYAK



$$\mu_{psdSEDIKIT}[y] = \begin{cases} 1 & , y < 100 \\ \frac{600 - y}{500} & , 100 \leq y \leq 600 \\ 0 & , y > 600 \end{cases}$$

$$\mu_{psdBANYAK}[y] = \begin{cases} 0 & , y < 100 \\ \frac{y - 100}{500} & , 100 \leq y \leq 600 \\ 1 & , y > 600 \end{cases}$$

Nilai keanggotaan untuk nilai **PERSEDIAAN = 300**



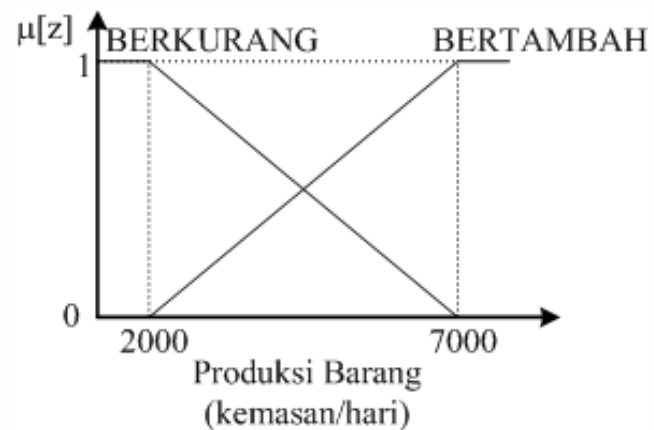
$y = 300$

$$\mu_{psdSEDIKIT}[300] = (600 - 300) / 500 = 0.6$$

$$\mu_{psdBANYAK}[300] = (300 - 100) / 500 = 0.4$$

Pembentukan himpunan fuzzy

PRODUKSI, terdiri dari 2 himpunan fuzzy: BERKURANG dan BERTAMBAH



$$\mu_{prdBERKURANG}[z] = \begin{cases} 1 & , z < 2000 \\ \frac{7000 - z}{5000} & , 2000 \leq z \leq 7000 \\ 0 & , z > 7000 \end{cases}$$

$$\mu_{psdBERTAMBAH}[z] = \begin{cases} 0 & , z < 2000 \\ \frac{z - 2000}{5000} & , 2000 \leq z \leq 7000 \\ 1 & , z > 7000 \end{cases}$$

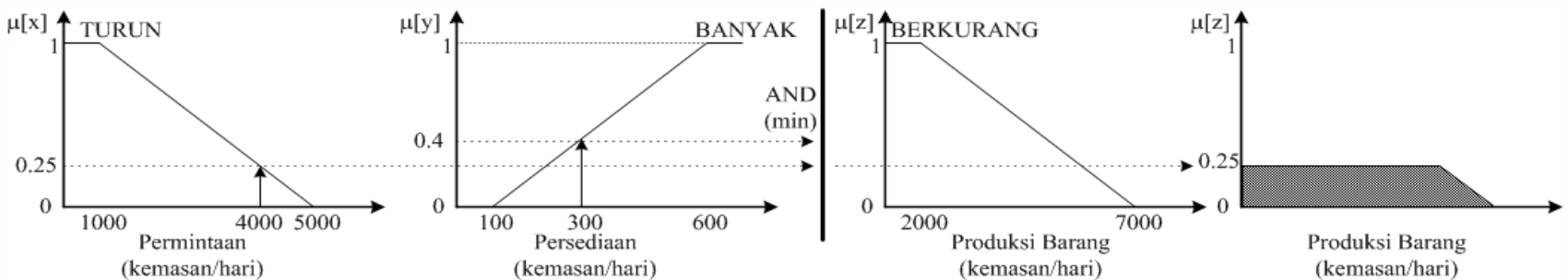
Nilai α -predikat dan Z dari setiap aturan

Rule 1: IF permintaan TURUN and persediaan BANYAK THEN produksi barang BERKURANG

$\mu_{\text{pmtTURUN}} = 0.25$
 $\mu_{\text{pmtNAIK}} = 0.75$

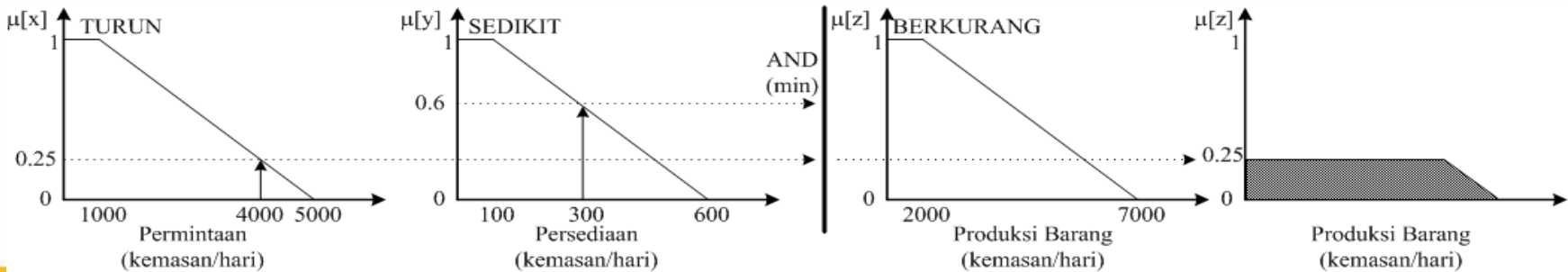
$\mu_{\text{psdSEDIKIT}} = 0.6$
 $\mu_{\text{psdBANYAK}} = 0.4$

$\alpha\text{-predikat}_1 = \mu_{\text{pmtTURUN}} \cap \mu_{\text{psdBANYAK}}$
 $= \min(\mu_{\text{pmtTURUN}}[4000] \cap \mu_{\text{psdBANYAK}}[300])$
 $= \min(0.25; 0.4)$
 $= 0.25$



Rule 2: IF permintaan TURUN and persediaan SEDIKIT THEN produksi barang BERKURANG

$\alpha\text{-predikat}_2 = \mu_{\text{pmtTURUN}} \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}}$
 $= \min(\mu_{\text{pmtTURUN}}[4000] \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}}[300])$
 $= \min(0.25; 0.6)$
 $= 0.25$



Penerapan fungsi implikasi

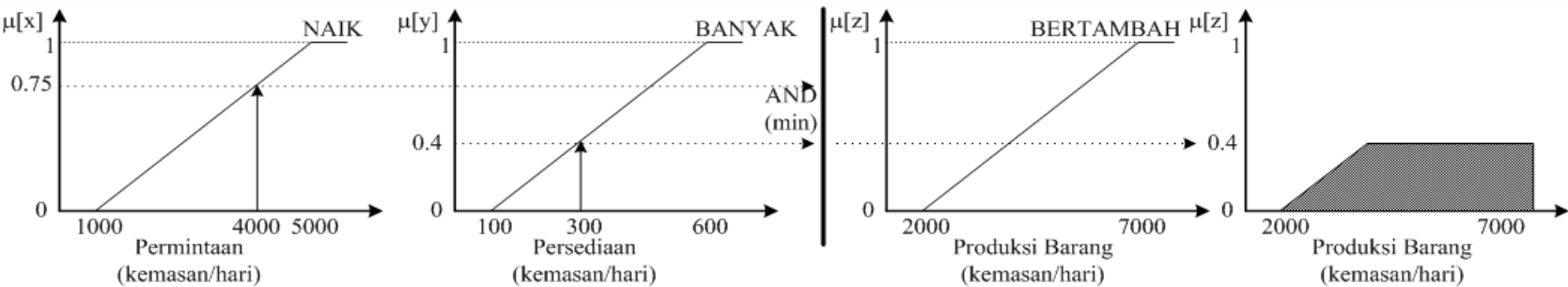
Nilai α -predikat dan Z dari setiap aturan

Rule 3: IF permintaan NAIK and persediaan BANYAK THEN produksi barang BERTAMBAH

$$\begin{aligned}\mu_{\text{pmtTURUN}} &= 0.25 \\ \mu_{\text{pmtNAIK}} &= 0.75\end{aligned}$$

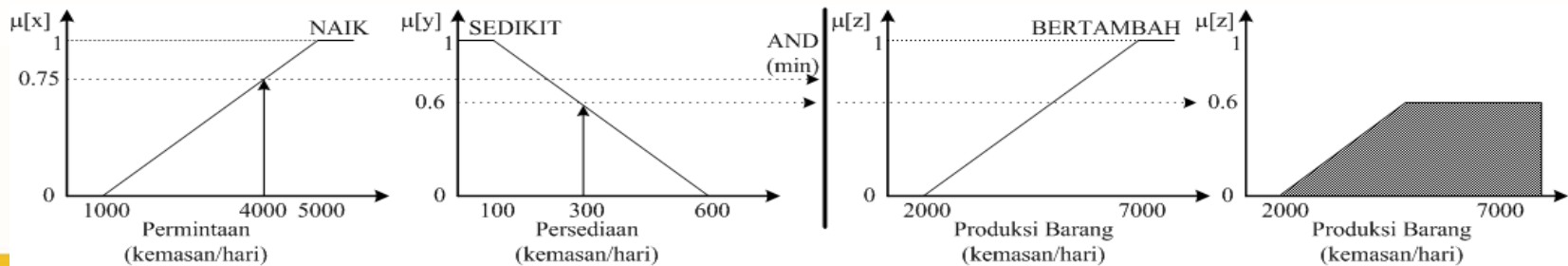
$$\begin{aligned}\mu_{\text{pmtSEDIKIT}} &= 0.6 \\ \mu_{\text{pmtBANYAK}} &= 0.4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_3 &= \mu_{\text{pmtNAIK}} \cap \mu_{\text{psdBANYAK}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtNAIK}}[4000] \cap \mu_{\text{psdBANYAK}}[300]) \\ &= \min(0.75; 0.4) \\ &= 0.4\end{aligned}$$



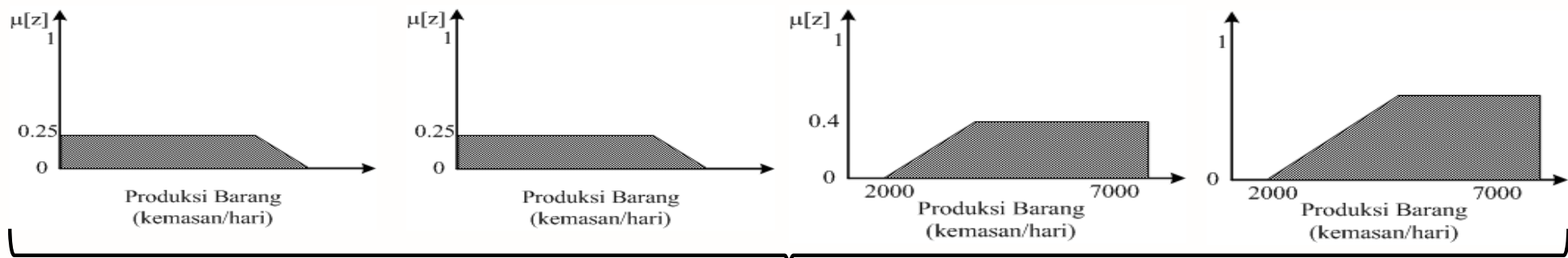
Rule 4: IF permintaan NAIK and persediaan SEDIKIT THEN produksi barang BERTAMBAH

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_4 &= \mu_{\text{pmtNAIK}} \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtNAIK}}[4000] \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}}[300]) \\ &= \min(0.75; 0.6) \\ &= 0.6\end{aligned}$$

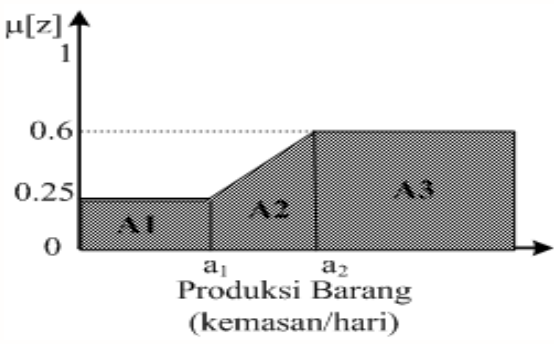


Komposisi antar aturan

Rule 4: Lanjutan



MAX
=



Daerah himpunan fuzzy terbagi 3: A1, A2, dan A3.

Mencari nilai a_1 , dan a_2

$(a - prod_minimal) / interval_prod = nilai_keanggotaan$

$(a_1 - 2000) / 5000 = 0.25 \rightarrow a_1 = 3250$

$(a_2 - 2000) / 5000 = 0.6 \rightarrow a_2 = 5000$

Fungsi keanggotaan hasil komposisi:

$$\mu[z] = \begin{cases} 0.25 & , z < 3250 \\ (z - 2000) / 5000 & , 3250 \leq z \leq 5000 \\ 0.6 & , z > 5000 \end{cases}$$



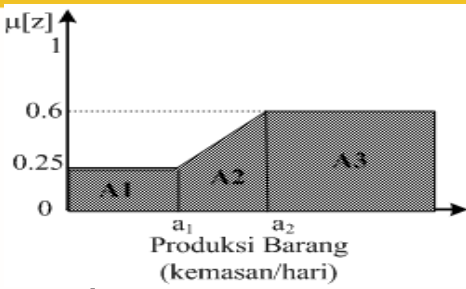
Defuzzyfikasi / Menghitung z akhir

a₁ = 3250

a₂ = 5000

$$\mu [z] = \left\{ \begin{array}{ll} 0.25 & , z < 3250 \\ (z - 2000) / 5000 & , 3250 \leq z \leq 5000 \\ 0.6 & , z > 5000 \end{array} \right.$$

Menghitung z* menggunakan metode Centroid kontinyu



	Daerah A1	Daerah A2	Daerah A3
Moment	$M1 = \int_0^{3250} (0.25)z \, dz$$M1 = 0.125 * z^2 \Big _0^{3250}$$M1 = 1320312.5$	$M2 = \int_{3250}^{5000} \frac{(z - 2000)}{5000} z \, dz$$M2 = \int_{3250}^{5000} (0.0002z^2 - 0.4z) \, dz$$M2 = 0.000067z^3 - 0.2z^2 \Big _{3250}^{5000}$$M2 = 3187515.625$	$M3 = \int_{5000}^{7000} (0.6)z \, dz$$M3 = 0.3 * z^2 \Big _{5000}^{7000}$$M3 = 7200000$
Luas	$A1 = \int_0^{3250} 0.25 \, dz$$A1 = 0.25 * z \Big _0^{3250}$$A1 = 0.25 * 3250 - 0.25 * 0$$A1 = 812.5$	$A2 = \int_{3250}^{5000} \frac{(z - 2000)}{5000} z \, dz$$A2 = \int_{3250}^{5000} (z/5000 - 0.4) \, dz$$A2 = z^2/10000 - 0.4z \Big _{3250}^{5000}$$A2 = (5000^2/10000 - 0.4 * 5000) - (3250^2/10000 - 0.4 * 3250)$$A2 = 743.75$	$A3 = \int_{5000}^{7000} (0.6) \, dz$$A3 = 0.6 * z \Big _{5000}^{7000}$$A3 = 1200$



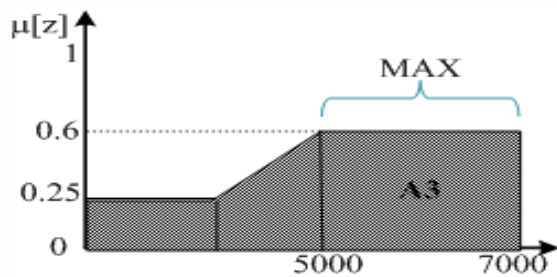
Defuzzifikasi / Menghitung z akhir

Menghitung z^* menggunakan metode Centroid kontinyu

$$z^* = \frac{M_1 + M_2 + M_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{1320312 \cdot 0.5 + 3187515 \cdot 0.625 + 7200000}{812 \cdot 0.5 + 743 \cdot 0.75 + 1200} = 4247.74$$

Jadi, jumlah makanan jenis ABC yang harus diproduksi sebanyak **4248 kemasan**.

Menghitung z^* menggunakan metode Mean of Maximum (MOM)



$$z^* = \frac{\sum_{j=1}^l z_j}{l} = \frac{\sum_{j=5000}^{7000} z_j}{7000 - 5000 + 1} = \frac{(7000 - 5000 + 1)(5000 + 7000)}{2}$$

$$z^* = \frac{2001 \cdot 12000}{2001} = \frac{1200600}{2001} = 6000$$

Jadi, jumlah makanan jenis ABC yang harus diproduksi sebanyak **6000 kemasan**.

Latihan Soal

Kasus 1

Bagaimana jika jumlah **PERMINTAAN = 2500**, **PERSEDIAAN = 500**, berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi ?

Kasus 2

Bagaimana jika jumlah **PERMINTAAN = 4500**, **PERSEDIAAN = 150**, berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi ?

Kasus 3

Bagaimana jika jumlah **PERMINTAAN = 5000**, **PERSEDIAAN = 75**, berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi ?

Untuk masing-masing kasus di atas gunakan metode SUGENO, TSUKAMOTO, MAMDANI



Ringkasan

- Logika Fuzzy merupakan peningkatan dari logika Boolean yang mengenalkan konsep ***kebenaran sebagian***.
- Fuzzy tidak sama dengan Probabilitas.
 - Probabilitas berkaitan dengan ketidakmenentuan dan kemungkinan.
 - Logika Fuzzy berkaitan dengan ambiguitas dan ketidakjelasan.
- Dalam penggunaan logika fuzzy, maka kita harus melalui tahapan proses **Fuzzification, Inferensi, Composisi, Defuzzification**
- Terdapat 3 macam sistem inferensi :
 - Tsukamoto
 - Sugeno
 - Mamdani



Referensi

- Modul Ajar Kecerdasan Buatan, Entin Martiana, Ali Ridho Barakbah, Yuliana Setiowati, Politeknik Elektronika Negeri Surabaya, 2014.
- Artificial Intelligence (Teori dan Aplikasinya), Sri Kusumadewi, cetakan pertama, Penerbit Graha Ilmu, 2003.



bridge to the future

<http://www.eepis-its.edu>