

Kecerdasan Buatan

Logika Fuzzy

Oleh Politeknik Elektronika Negeri Surabaya
2021



Politeknik Elektronika Negeri Surabaya
Departemen Teknik Informatika dan Komputer

Konten

- Definisi logika Fuzzy
- Proses dalam logika Fuzzy
- Metode defuzzyfikasi

Tujuan Instruksi Umum

Mahasiswa memahami filosofi Kecerdasan Buatan dan mampu menerapkan beberapa metode Kecerdasan Komputasional dalam menyelesaikan sebuah permasalahan, baik secara individu maupun berkelompok/kerjasama tim.

Tujuan Instruksi Khusus

- Memahami definisi logika Fuzzy
- Memahami proses dalam logika Fuzzy
- Memahami metode defuzzyfikasi

Pengantar Logika Fuzzy

- Logika fuzzy pertama kali dikembangkan oleh Lotfi A. Zadeh melalui tulisannya pada tahun 1965 tentang teori himpunan fuzzy.
- Banyak diaplikasikan secara luas oleh praktisi Jepang dengan mengadaptasikannya ke bidang kendali (control).
- Produk elektronik buatan Jepang yang menerapkan prinsip logika fuzzy, seperti mesin cuci, AC, dll.
- Tahun 1990, mesin cuci otomatis di Jepang menggunakan logika fuzzy.
 - Menggunakan sensor untuk mendeteksi kotoran pada pakaian.
 - Input: tingkat kekotoran, jenis kotoran, dan banyaknya cucian.
 - Output: menentukan putaran mesin yang tepat secara otomatis.



Kelebihan Logika Fuzzy

1. Mudah dimengerti, konsep matematisnya sederhana.
2. Sangat Fleksibel.
3. Memiliki toleransi terhadap data-data yang tidak tepat (kabur).
4. Mampu memodelkan fungsi-fungsi non-linear yang sangat kompleks.
5. Dapat menerapkan pengalaman pakar secara langsung tanpa proses pelatihan.
6. Dapat bekerjasama dengan teknik-teknik kendali secara konvensional.
7. Didasarkan pada bahasa alami.



Teori Dasar: Crisp Logic

- Crisp logic is concerned with absolutes-**true** or **false**, there is no in-between.
- Contoh:

Rule:

If the temperature is higher than 80F, it is hot; otherwise, it is not hot.

Kasus:

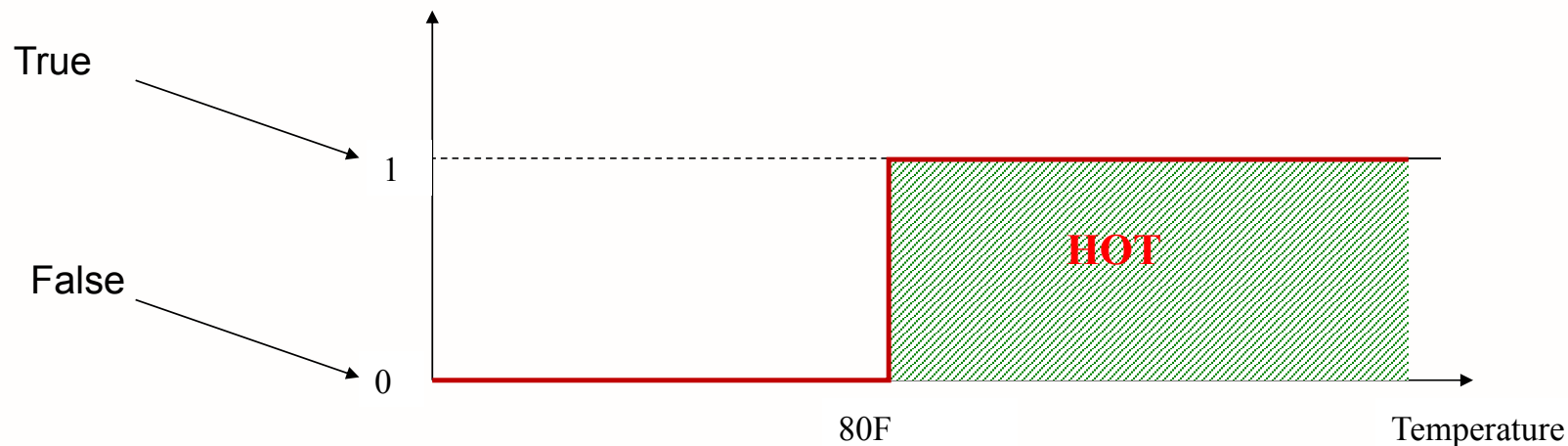
• Temperature = 100F	Hot
• Temperature = 80.1F	Hot
• Temperature = 79.9F	Not hot
• Temperature = 50F	Not hot

Himpunan Crisp (Himpunan Tegas)

- Himpunan Crisp merupakan himpunan yang menentukan kepastian suatu objek berada pada himpunan yang didefinisikan sebelumnya.
- Himpunan Crisp hanya memiliki dua nilai:
 - Nilai 1 untuk suatu objek menjadi anggota dalam suatu himpunan
 - Nilai 0 untuk suatu objek tidak menjadi anggota dalam suatu himpunan
- Nilai keanggotaan suatu item x dalam suatu himpunan A yang sering ditulis dengan $\mu_A[x]$:
 - $\mu_A[x] = 0$ atau $\mu_A[x] = 1$;



Fungsi Keanggotaan untuk *crisp logic*



If temperature $\geq 80F$, it is hot (1 or true);

If temperature $< 80F$, it is not hot (0 or false).

- Fungsi keanggotaan dari crisp logic **gagal membedakan antar member pada himpunan yang sama**
- Ada problem-problem yang terlalu kompleks untuk didefinisikan secara tepat.

Contoh keanggotaan himpunan crisp (1)

- Jika di ketahui:
 - $S = [1, 2, 3, 4, 5, 6]$ adalah semesta pembicaraan
 - $A = [1, 2, 3]$
 - $B = [3, 4, 5]$
- Maka dapat dikatakan:
 - Nilai keanggotaan 2 pada himpunan A, $\mu_A[2] = 1$, karena $2 \in A$
 - Nilai keanggotaan 4 pada himpunan A, $\mu_A[4] = 0$, karena $4 \notin A$



Bahasa Alami

- Contoh:
 - Budi tinggi → apa yang dimaksud dengan tinggi?
 - Budi sangat tinggi → apa bedanya dengan tinggi?
- Bahasa alami tidak mudah ditranslasikan ke nilai absolut 0 dan 1

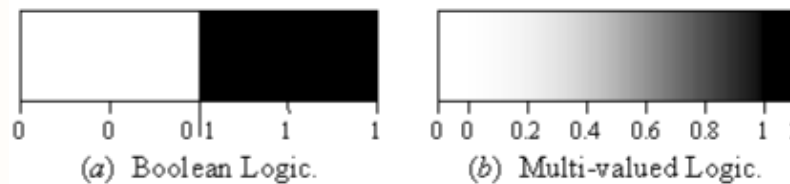
Contoh keanggotaan himpunan crisp (2)

- Misalkan variabel umur dibagi 3 kategori, yaitu:
 - MUDA = umur < 35 tahun
 - PAROBAYA = $35 \leq \text{umur} \leq 55$ tahun
 - TUA = umur > 55 tahun
- Maka dengan himpunan crisp disimpulkan:
 - Apabila seseorang berusia 34 tahun, maka ia dikatakan MUDA ($\mu_{\text{MUDA}}[34] = 1$)
 - Apabila seseorang berusia 35 tahun, maka ia dikatakan MUDA ($\mu_{\text{MUDA}}[35] = 0$)
 - Jadi pada himpunan crisp, nilai keanggotaan hanya ada 2 kemungkinan yaitu 0 dan 1, sementara pada himpunan fuzzy nilai keanggotaan terletak pada rentang 0 sampai 1.



Definisi Logika Fuzzy

- Logical system yang mengikuti cara penalaran manusia yang cenderung menggunakan 'pendekatan' dan bukan 'eksak'.
- Sebuah pendekatan terhadap ketidakpastian yang mengkombinasikan nilai real $[0...1]$ dan operasi logika.
- Tidak seperti logika Boolean dua nilai, logika fuzzy memiliki banyak nilai. Hal ini berkaitan dengan **derajat keanggotaan** dan **derajat kebenaran**.
- Logika fuzzy menggunakan nilai logika antara 0 (benar-benar salah) dan 1 (benar-benar benar), sekaligus menerima bahwa hal-hal bisa bernilai logika sebagian benar dan sebagian salah pada saat yang bersamaan.



Contoh-Contoh Masalah yang Mengandung Ketidakpastian

- Tinggi badan:
 - Seseorang dikatakan “Tinggi” jika tinggi badannya lebih dari 1.7 meter.
 - Bagaimana dengan orang yang mempunyai tinggi badan meter atau 1.69 meter, apakah termasuk kategori orang tinggi?
 - Menurut persepsi manusia, orang yang mempunyai tinggi badan sekitar 1.7 meter dikatakan “kurang lebih tinggi” atau “agak tinggi”.
- Kecepatan:
 - Kecepatan “pelan” didefinisikan dibawah 20 km/jam.
 - Bagaimana dengan kecepatan 21 km/jam, apakah masih dapat dikatakan pelan?
 - Manusia mungkin mengatakan bahwa kecepatan 21 km/jam itu “agak pelan”.
- Ketidakpastian dalam kasus-kasus tersebut disebabkan oleh samarnya pengertian **“agak”**, **“kurang lebih”**, **“sedikit”**, dan sebagainya.



Himpunan Fuzzy (Himpunan Samar)

- Himpunan Fuzzy merupakan himpunan yang menentukan suatu objek berada pada bagian dari 2 himpunan yang berbeda.
- Himpunan Fuzzy memiliki nilai keanggotaan yang terletak pada rentang 0 sampai 1.
- Himpunan Fuzzy memiliki dua atribut:
 - **Linguistik** = Penamaan suatu grup yang mewakili suatu keadaan atau kondisi tertentu dengan menggunakan bahasa alami. Contoh: MUDA, PAROBAYA, TUA.
 - **Numeris** = Suatu nilai yang menunjukkan ukuran dari suatu variabel. Contoh: 40, 25, 37.



Fuzzy vs Probabilitas

- Fuzzy $\neq$ Probabilitas

Probabilitas berkaitan dengan **ketidakmenentuan** dan **kemungkinan**.

Logika Fuzzy berkaitan dengan **ambiguitas** dan **ketidakjelasan**.

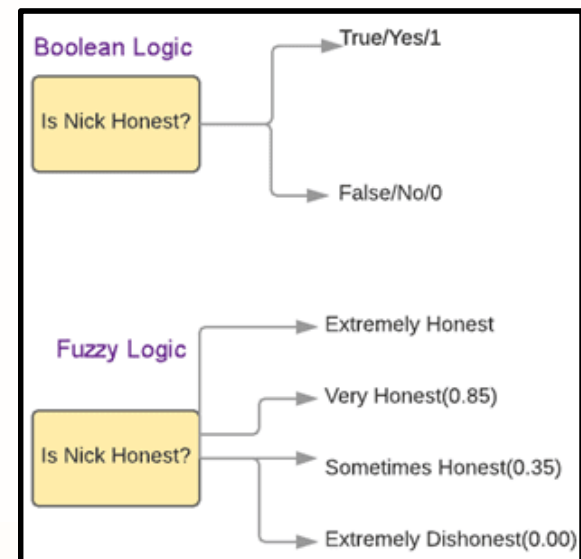
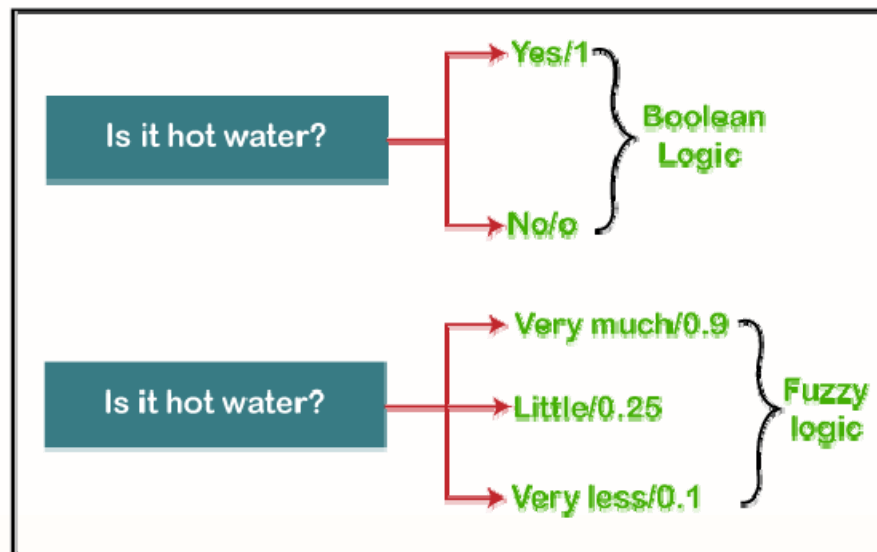
Fuzzy Logic	Probability
In fuzzy logic, we basically try to capture the essential concept of vagueness.	Probability is associated with events and not facts, and those events will either occur or not occur
Fuzzy Logic captures the meaning of partial truth	Probability theory captures partial knowledge
Fuzzy logic takes truth degrees as a mathematical basis	Probability is a mathematical model of ignorance

Fuzzy vs. Probability

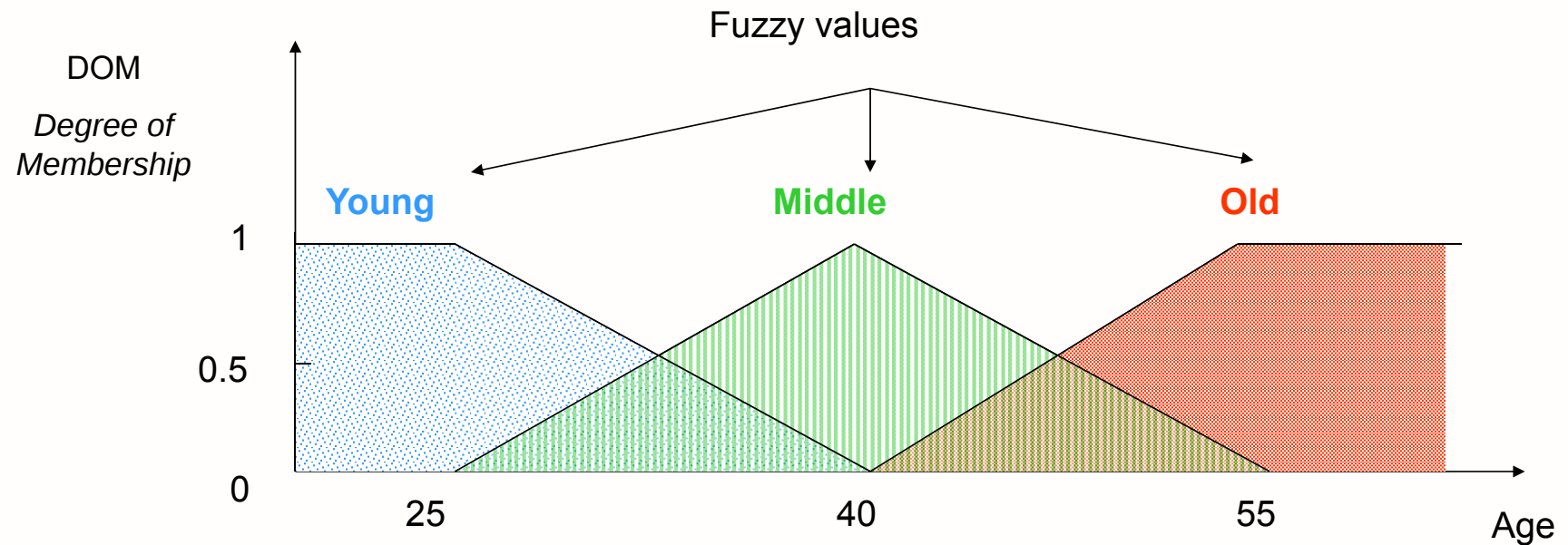
- Similarities:
 - Both represent degrees of certain kinds of subjective belief.
- Differences:
 - They address different forms of uncertainty (linguistic vs. statistic)
 - The probability refers to before an **incident**; while fuzzy deal with the **uncertain values** after happening the event.
 - Note that probability can be defined for crisp concepts, too.



Teori Dasar: Crisp Logic vs Fuzzy Logic

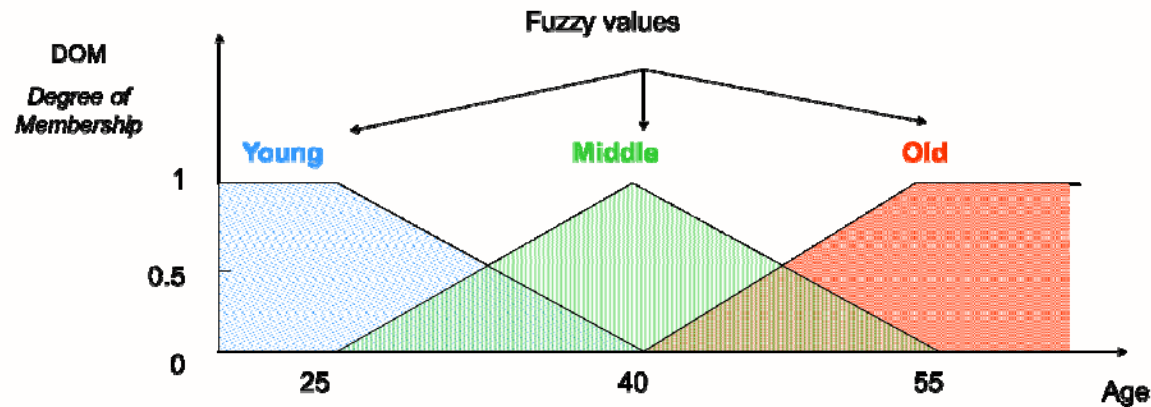


Fungsi Keanggotaan Logika Fuzzy



Nilai Fuzzy berasosiasi dengan derajat keanggotaan pada himpunan

Contoh: “Muda”



- Contoh:

- Ann 28 tahun, $\mu_{\text{Young}}[28] = 0.8 \rightarrow 0.8$ pd himp “Young”
- Bob 35 tahun, $\mu_{\text{Young}}[35] = 0.3 \rightarrow 0.3$ pd himp “Young”
- Charlie 23 tahun, $\mu_{\text{Young}}[23] = 1.0 \rightarrow 1.0$ pd himp “Young”

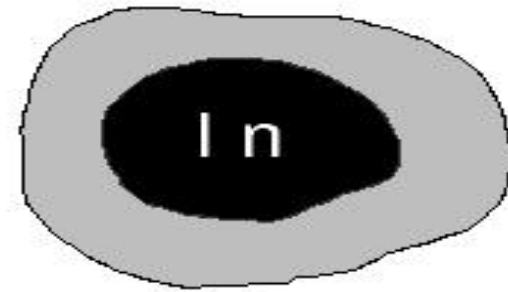
- Tidak seperti statistik dan probabilitas, derajat tidak menggambarkan *probabilitas* objek tersebut pada himpunan, tetapi menggambarkan *taraf/tingkat* keanggotaan objek pada himpunan.

Crisp set vs. Fuzzy set



Out

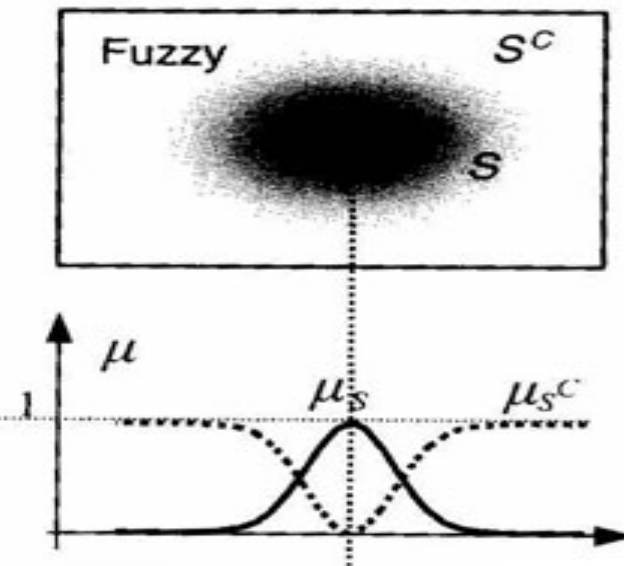
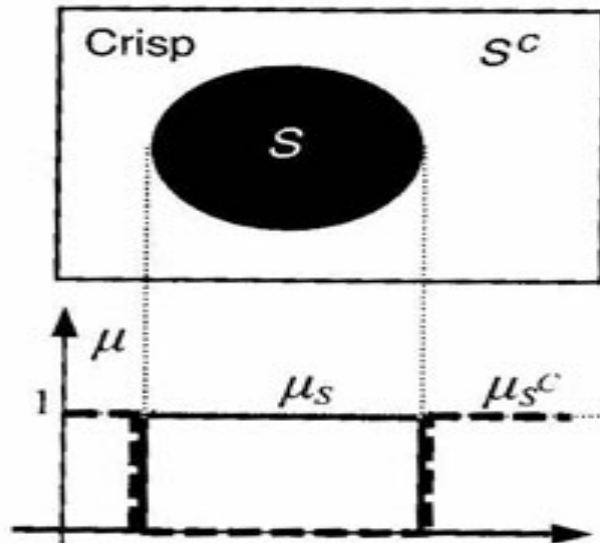
A traditional crisp set



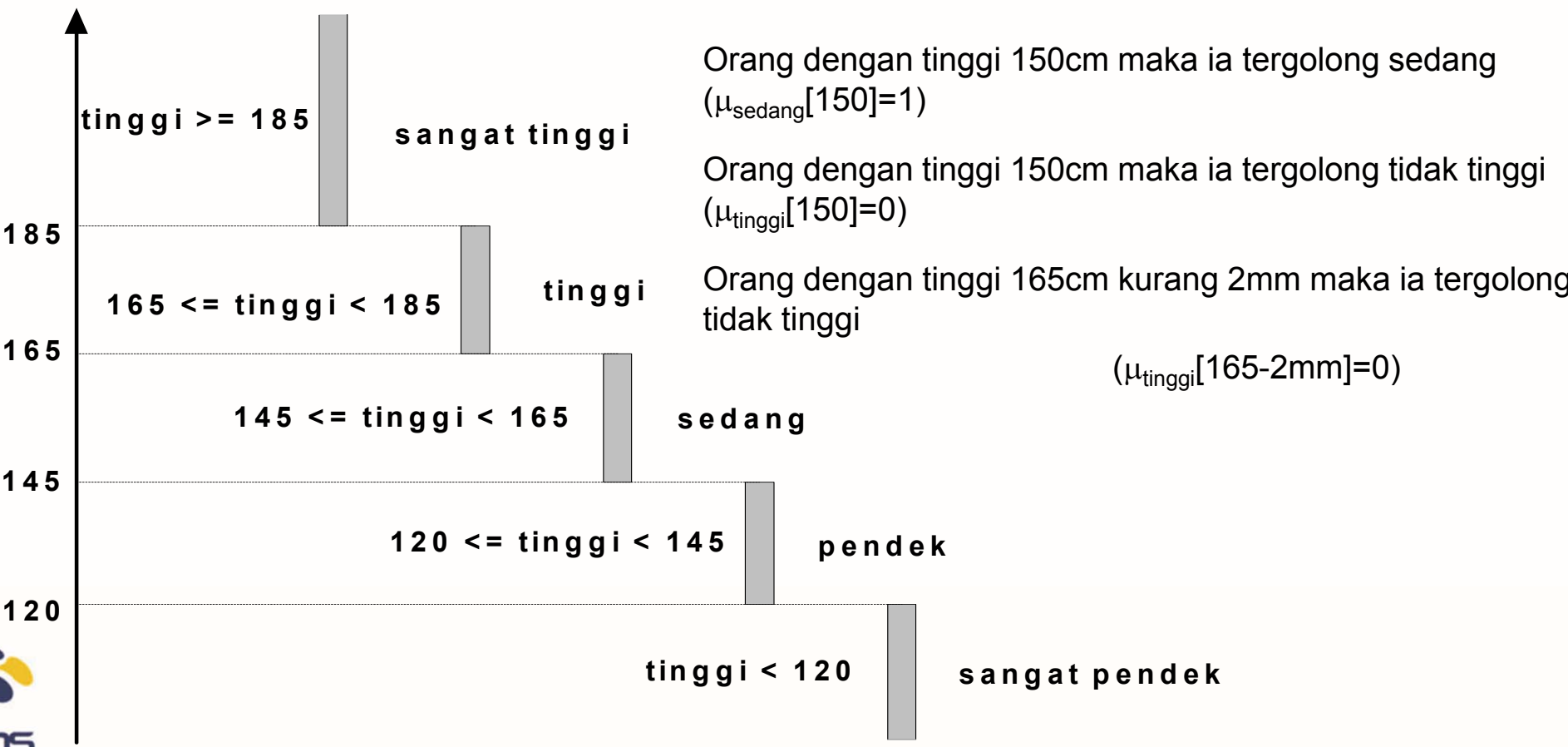
Out

A fuzzy set

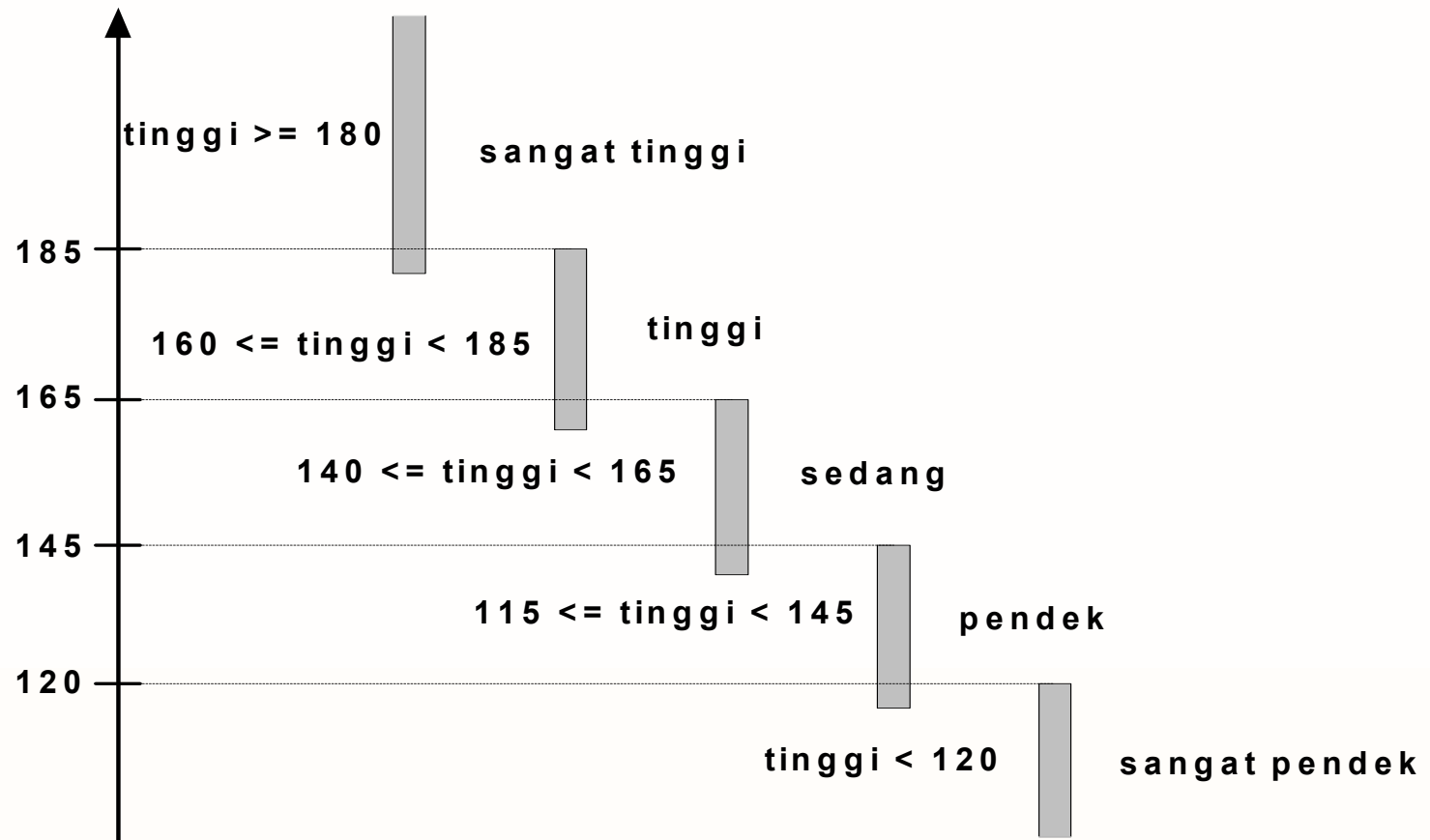
Crisp set vs. Fuzzy set



Contoh: Crisp Set



Contoh: Himpunan Fuzzy



Istilah-istilah yang terdapat pada himpunan fuzzy

- **Variabel Fuzzy**

Variabel yang dibahas dalam suatu sistem fuzzy.

Contoh : berat badan, tinggi badan, umur, temperature, dsb.

- **Himpunan Fuzzy (Fuzzy set)**

Suatu grup nilai yang mewakili suatu kondisi atau keadaan tertentu pada suatu variabel fuzzy.

Contoh :

- Variabel suhu terbagi menjadi 3 himpunan fuzzy, yaitu : panas, hangat, dingin.
- Variabel nilai terbagi menjadi : tinggi, sedang, rendah.

Himpunan fuzzy memiliki 2 atribut, yaitu :

- **Linguistik**, yaitu penamaan suatu group yang mewakili suatu kondisi, misalnya: panas, hangat, dingin.
- **Numeris**, yaitu ukuran dari suatu variabel seperti : 17, 19, 21, 33, dst

Istilah-istilah yang terdapat pada himpunan fuzzy

- **Himpunan Semesta (Semesta Pembicaraan)**

Keseluruhan nilai yang boleh dioperasikan dalam suatu variabel fuzzy.

Contoh:

- Semesta untuk variabel berat badan : $[1, 150]$
- Semesta untuk variabel suhu : $[0, 100]$.

- **Domain**

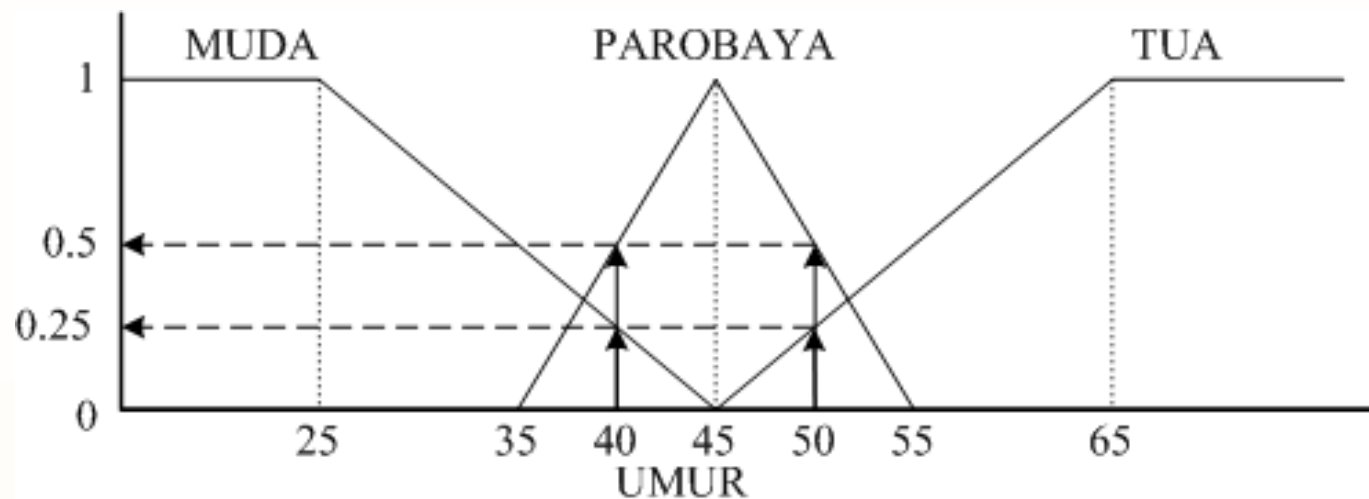
Keseluruhan nilai yang diijinkan dalam semesta pembicaraan dan boleh dioperasikan dalam suatu himpunan fuzzy.

Contoh :

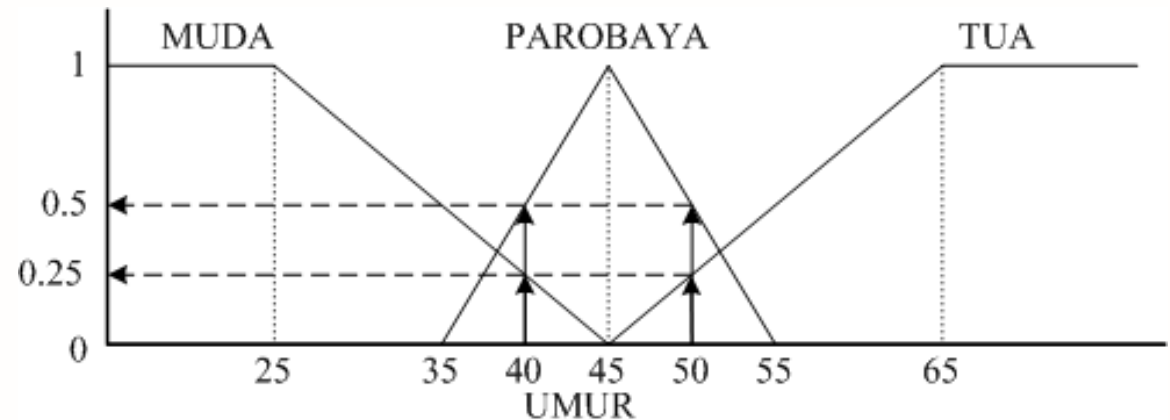
- DINGIN = $[0, 60]$
- HANGAT = $[50, 80]$
- PANAS = $[70, +\infty)$

Contoh: himpunan fuzzy untuk variabel usia

- maka kita bisa membedakan atribut linguistik MUDA dan PAROBAYA, atau PAROBAYA dan TUA.



Penjelasan



- Seseorang yang berusia 40 tahun, masuk dalam himpunan MUDA dengan $\mu_{MUDA}[40] = 0.25$; Tapi juga masuk dalam himpunan PAROBAYA dengan $\mu_{PAROBAYA}[40] = 0.5$
- Seseorang yang berusia 50 tahun, masuk dalam himpunan PAROBAYA dengan $\mu_{PAROBAYA}[50] = 0.5$; Tapi juga masuk dalam himpunan TUA dengan $\mu_{TUA}[50] = 0.25$

Fungsi Keanggotaan (*Membership Function*)

- **Fungsi keanggotaan** adalah suatu grafik yang mewakili besar dari derajat keanggotaan masing-masing variabel input yang berada dalam interval antara 0 dan 1.
- **Fungsi Keanggotaan** mempunyai *interval mulai 0 sampai 1*.
- **Fungsi keanggotaan** adalah suatu kurva yang menunjukkan *pemetaan titik-titik input data* (sumbu x) *kepada nilai keanggotaannya* (sering juga disebut derajat keanggotaan)
- **Derajat keanggotaan** sebuah variable x dilambangkan dengan simbol $\mu[x]$

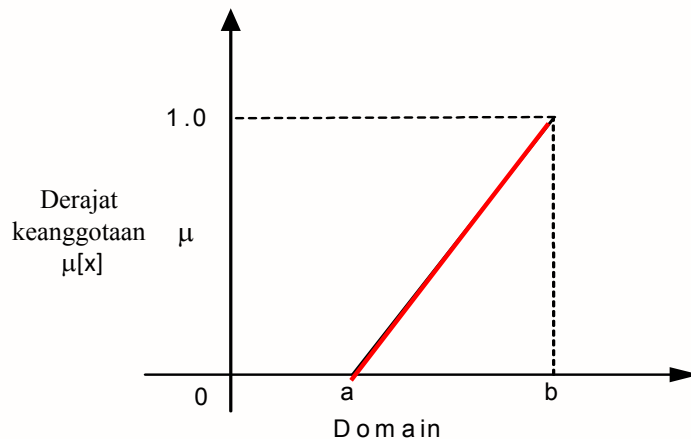


Fungsi Keanggotaan

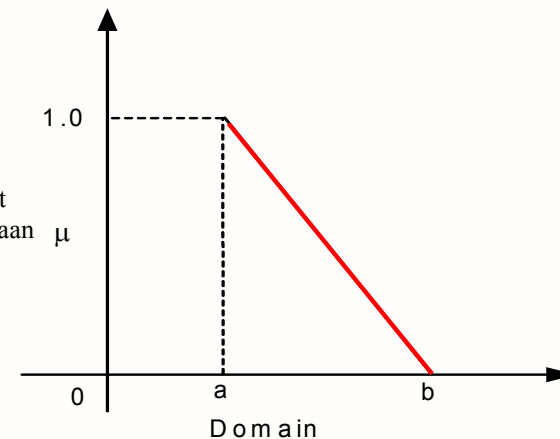
- Fungsi Keanggotaan ini menggunakan pendekatan fungsi:
 - Linear naik
 - Linear turun
 - Kurva segitiga
 - Kurva trapesium
 - Kurva bahu
 - Kurva Sigmoid
 - Kurva PHI
 - Kurva beta
 - Kurva gauss

Fungsi Keanggotaan: Fungsi Linier

- Berupa suatu garis lurus.
- Linear naik:** dimulai dari derajat 0 bergerak kekanan menuju ke nilai domain yang mempunyai derajat keanggotaan lebih tinggi.
- Linear turun:** dimulai dari derajat 1 pada sisi kiri bergerak kekanan menuju ke nilai domain yang mempunyai derajat keanggotaan lebih rendah.



Linier Naik



Linier Turun

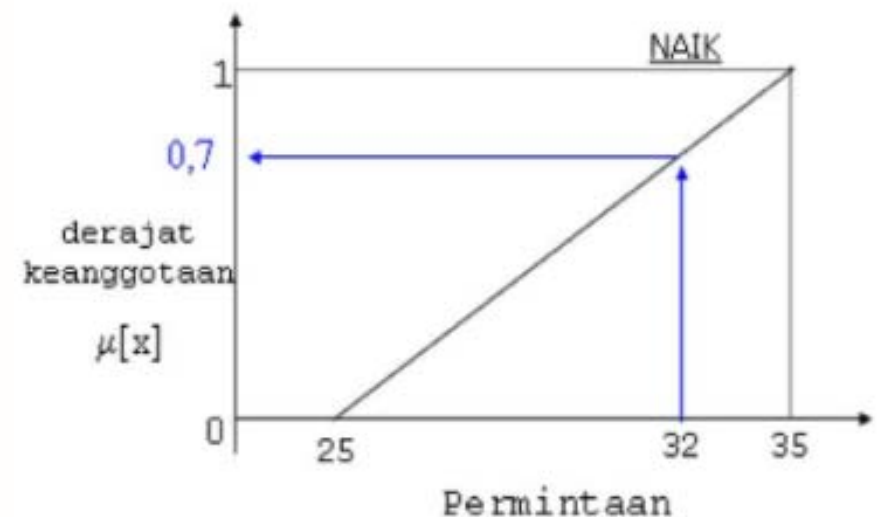
$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \leq a \\ (x-a)/(b-a); & a < x \leq b \\ 1; & x > b \end{cases}$$

$$\mu[x] = \begin{cases} (b-x)/(b-a); & a \leq x < b \\ 0; & x \geq b \end{cases}$$

Fungsi Keanggotaan: Fungsi Linier

- Fungsi keanggotaan untuk himpunan NAIK pada variabel permintaan seperti terlihat pada gambar.
- Berapa derajat keanggotaan 32 pada himpunan NAIK tersebut ?

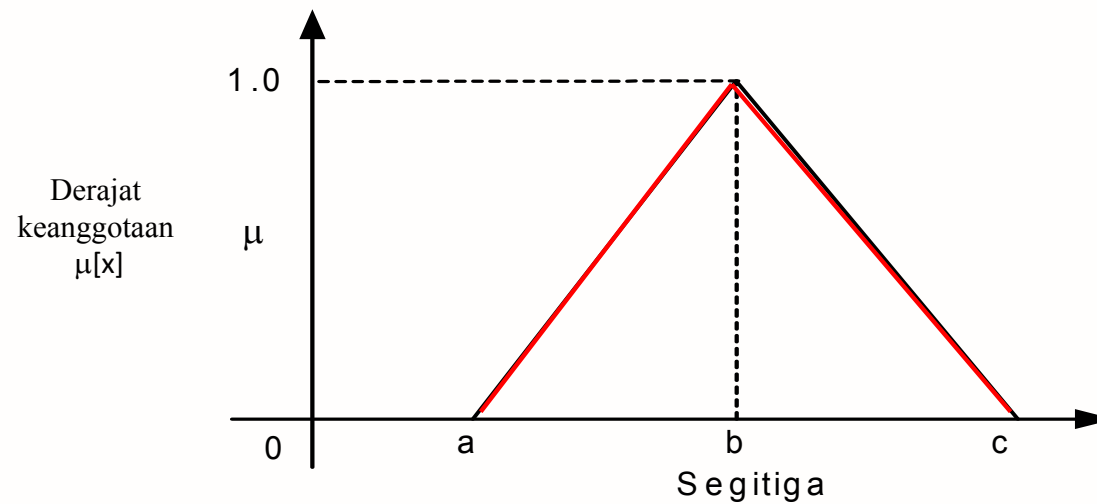
$$\begin{aligned}\mu_{\text{NAIK}}[32] &= (32-25)/(35-25) \\ &= 7/10 \\ &= 0,7\end{aligned}$$



$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \leq a \\ (x-a)/(b-a); & a < x \leq b \\ 1; & x > b \end{cases}$$

Fungsi Keanggotaan: Segitiga

Merupakan gabungan garis linear naik dan turun



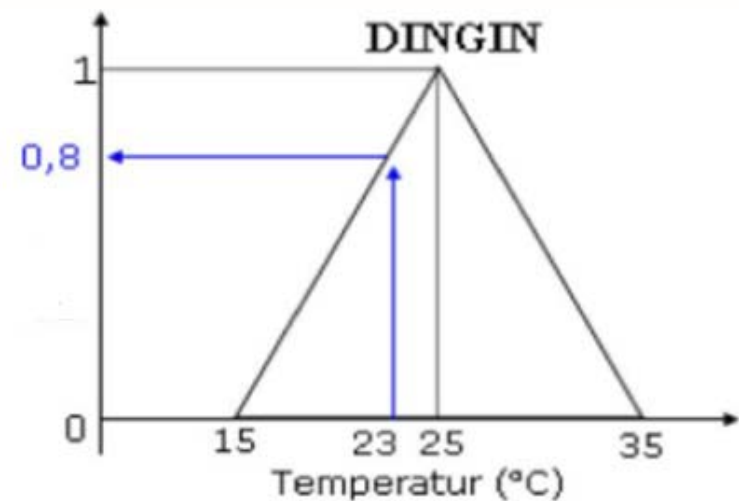
$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \leq a \text{ atau } x \geq c \\ (x-a)/(b-a); & a < x \leq b \\ (c-x)/(c-b); & b < x < c \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq a \text{ atau } x \geq c \\ a < x \leq b \\ b < x < c \end{cases}$$

Fungsi Keanggotaan: Segitiga

- Fungsi keanggotaan untuk himpunan DINGIN pada variabel temperatur ruangan seperti terlihat pada gambar.
- Berapa derajat keanggotaan 23 pada himpunan DINGIN tersebut ?

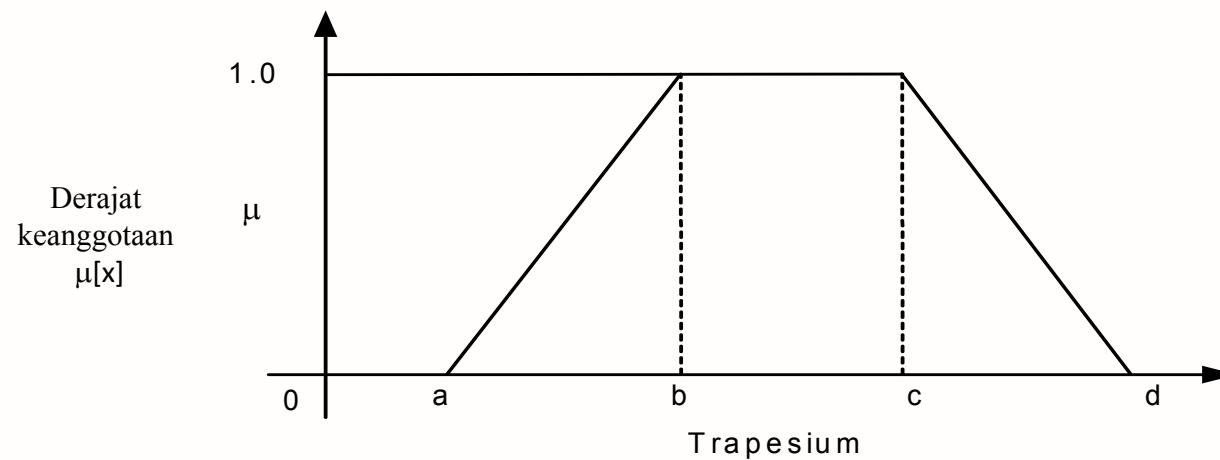
$$\begin{aligned}\mu_{\text{DINGIN}}[23] &= (23-15)/(25-15) \\ &= 8/10 \\ &= 0,8\end{aligned}$$



$\mu[x] = 0;$	$x \leq a \text{ atau } x \geq c$
$(x-a)/(b-a);$	$a < x \leq b$
$(c-x)/(c-b);$	$b < x < c$

Fungsi Keanggotaan: Trapesium

Pada dasarnya adalah kurva segitiga, hanya saja ada beberapa titik ditengah yang mempunyai nilai keanggotaan 1



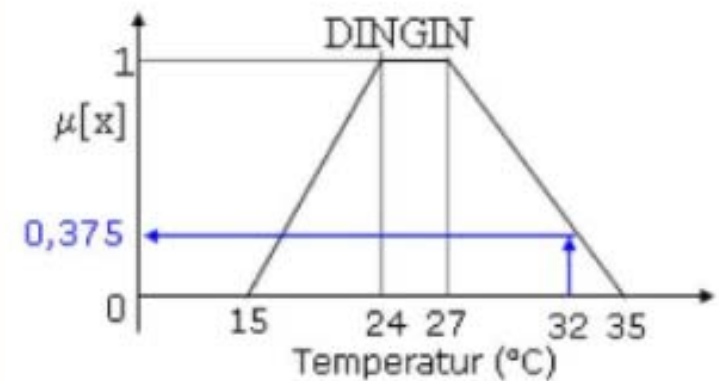
$\mu[x] = 0;$	$x \leq a \text{ atau } x \geq d$
$(x-a)/(b-a);$	$a < x \leq b$
$1;$	$b < x \leq c$
$(d-x)/(d-c);$	$c < x < d$

Fungsi Keanggotaan: Trapezium

- Fungsi keanggotaan untuk himpunan DINGIN pada variabel temperatur ruangan seperti terlihat pada gambar.
- Berapa derajat keanggotaan 32 dan 25 pada himpunan DINGIN tersebut ?

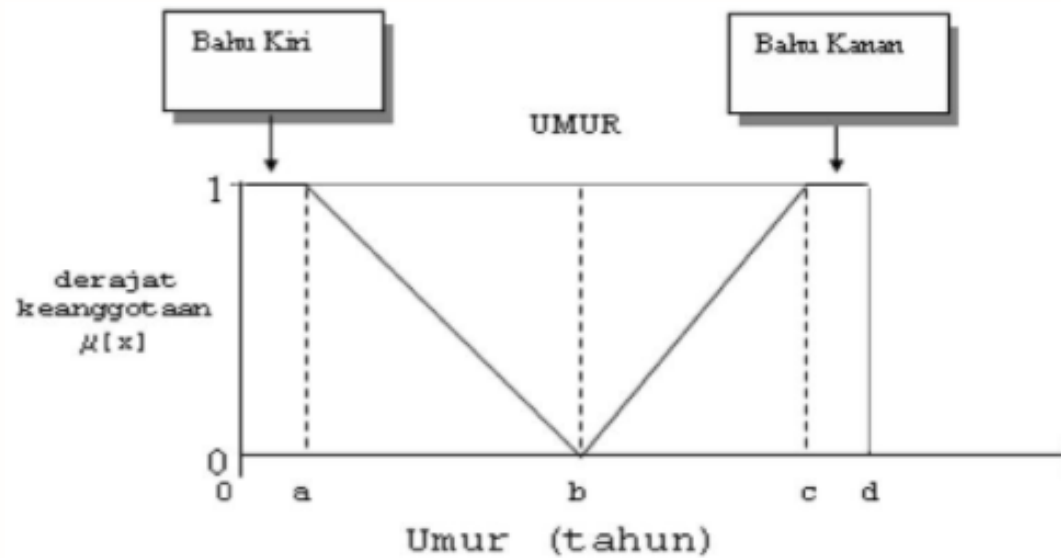
$$\begin{aligned}\mu_{\text{DINGIN}} [32] &= (35-32)/(35-27) \\ &= 3/8 \\ &= 0,375\end{aligned}$$

$$\mu_{\text{DINGIN}} [25] = 1$$



$\mu[x] = 0;$	$x \leq a \text{ atau } x \geq d$
$(x-a)/(b-a);$	$a < x \leq b$
$1;$	$b < x \leq c$
$(d-x)/(d-c);$	$c < x < d$

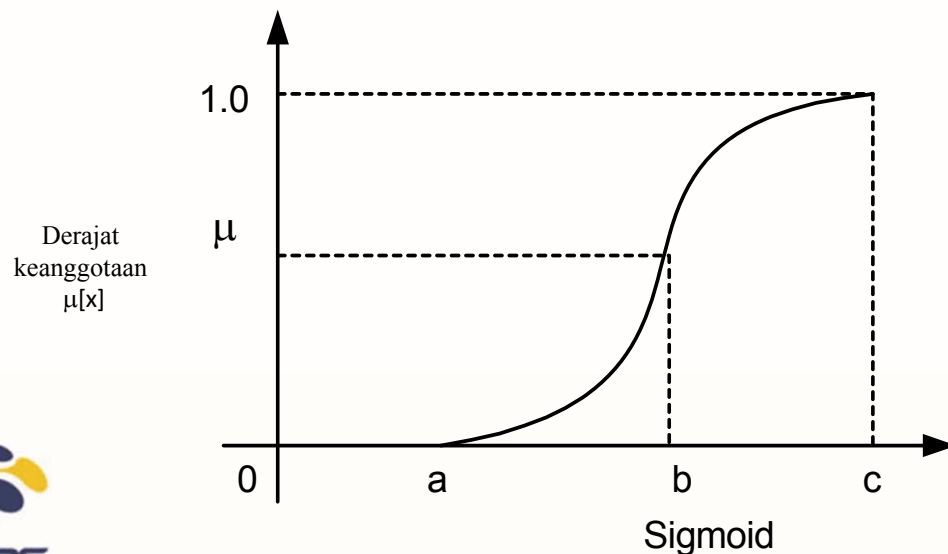
Fungsi Keanggotaan: Bahu



$$\begin{aligned} \mu[x] &= 1; & 0 \leq x \leq a \text{ atau } c \leq x \leq d \\ & (b-x)/(b-a); & a \leq x \leq b \\ & (x-b)/(c-b); & b \leq x \leq c \end{aligned}$$

Fungsi Keanggotaan: Sigmoid naik

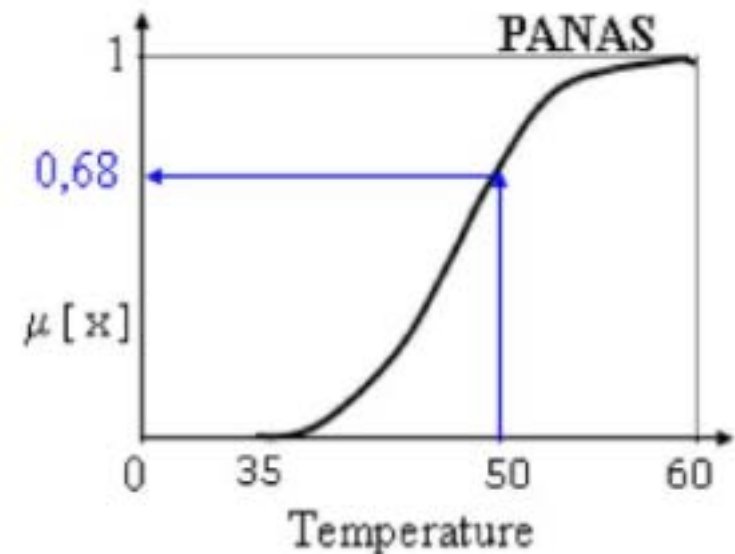
- Digunakan untuk merepresentasikan kenaikan secara tidak linear
- Untuk kurva sigmoid pertumbuhan bergerak dari sisi kiri (nilai keanggotaan=0) ke sisi kanan (nilai keanggotaan=1)



$$\mu[x;a,b,c]_{\text{sigmoid}} = \begin{cases} 0; & x \leq a \\ 2 \left(\frac{(x - a)/(c - a)}{2} \right)^2; & a < x \leq b \\ 1 - 2 \left(\frac{(c - x)/(c - a)}{2} \right)^2; & b < x < c \\ 1; & x \geq c \end{cases}$$

Fungsi Keanggotaan: Sigmoid naik

- Berapa derajat keanggotaan PANAS pada variabel temperatur, bila sebuah benda mempunyai temperatur 50 °C dan grafik kurva keanggotaan untuk himpunan fuzzy PANAS terlihat pada gambar.

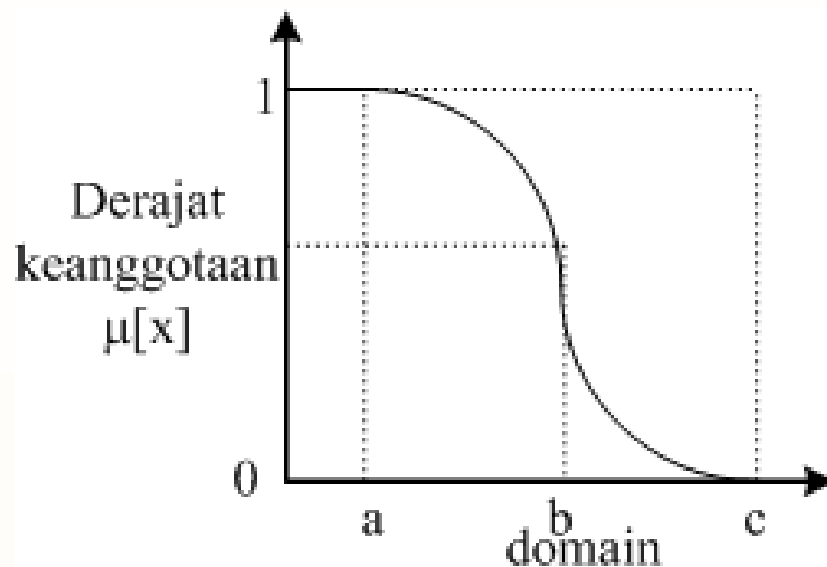


$$\begin{aligned}\mu_{\text{PANAS}}[50] &= 1 - 2((60-50)/(60-35))^2 \\ &= 1 - 2(10/25)^2 \\ &= 0,68\end{aligned}$$

$$\mu[x;a,b,c]_{\text{sigmoid}} = \begin{cases} 0; & x \leq a \\ 2((x-a)/(c-a))^2; & a < x \leq b \\ 1 - 2((c-x)/(c-a))^2; & b < x < c \\ 1; & x \geq c \end{cases}$$

Fungsi Keanggotaan: Sigmoid turun

- Digunakan untuk merepresentasikan penurunan secara tidak linear
- Untuk kurva sigmoid penyusutan bergerak dari sisi kiri (nilai keanggotaan=1) ke sisi kanan (nilai keanggotaan=0)

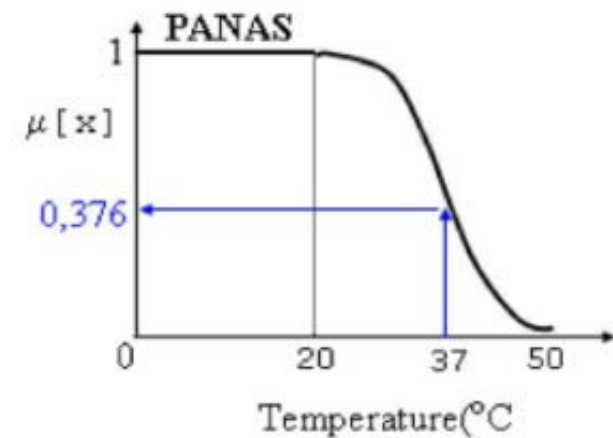


$$\mu[x] = \begin{cases} 1 & , x < a \\ 1 - 2((x - a)/(c - a))^2 & , a \leq x \leq b \\ 2((c - x)/(c - a))^2 & , b \leq x \leq c \\ 0 & , x > c \end{cases}$$

Fungsi Keanggotaan: Sigmoid turun

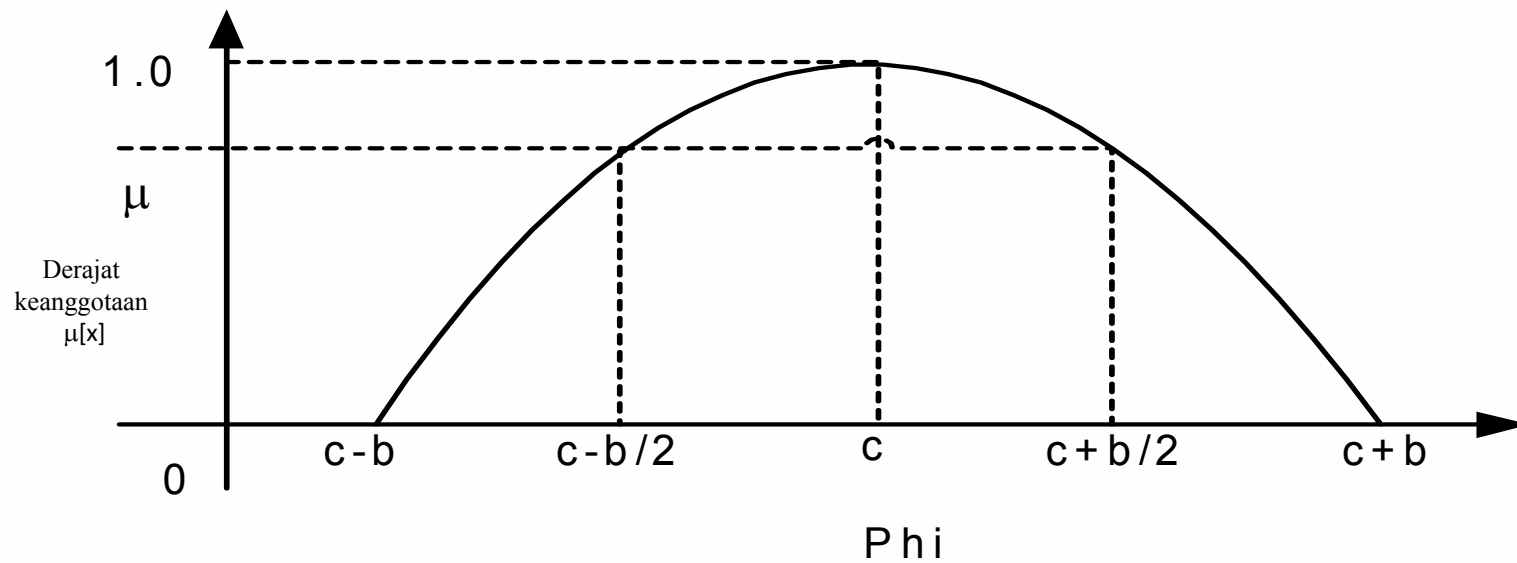
- Berapa derajat keanggotaan PANAS pada variabel temperatur, bila sebuah benda mempunyai temperatur 37 °C dan grafik kurva keanggotaan untuk himpunan fuzzy PANAS terlihat pada gambar

$$\begin{aligned}\mu_{\text{MUDA}}[37] &= 2((50-37)/(50-20))^2 \\ &= 2(13/30)^2 \\ &= 0,376\end{aligned}$$



$$\mu[x] = \begin{cases} 1 & , x < a \\ 1 - 2((x-a)/(c-a))^2 & , a \leq x \leq b \\ 2((c-x)/(c-a))^2 & , b \leq x \leq c \\ 0 & , x > c \end{cases}$$

Fungsi Keanggotaan: Phi



$$\mu[x;a,b,c]_{\text{phi}} = \mu[x;c-b,c-b/2,c]_{\text{sigmoid}}; \quad x \leq c$$

$$\mu[x;c,c+b/2,c+b]_{\text{sigmoid}}; \quad x > c$$

Fungsi Keanggotaan: Phi

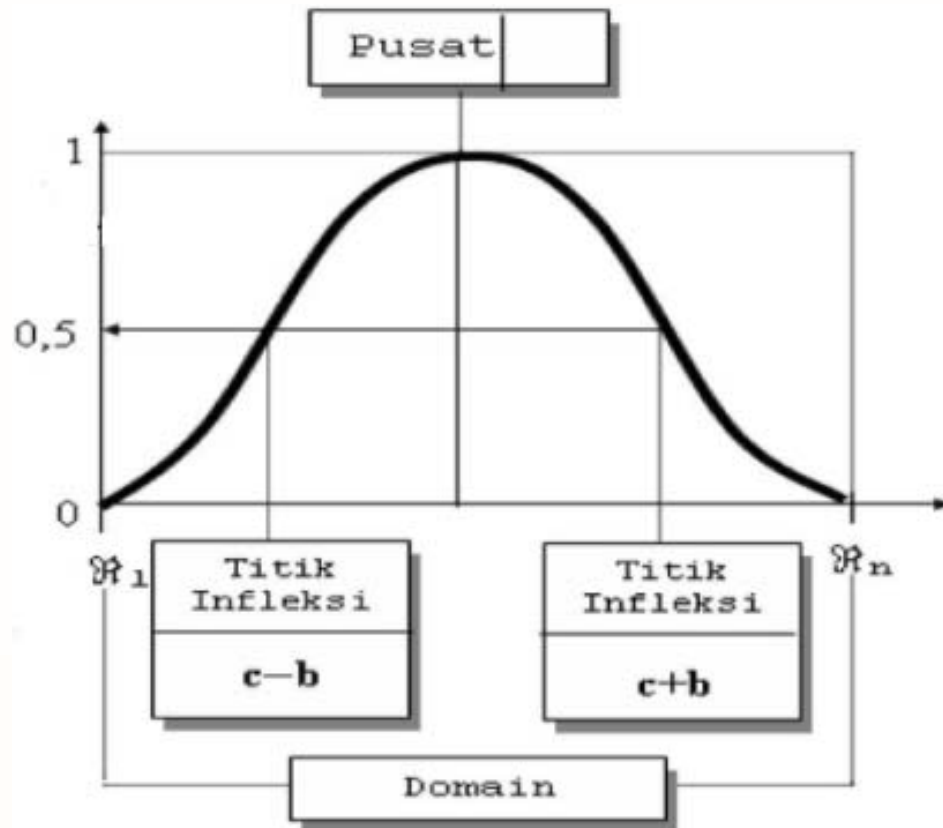
- Berapa derajat keanggotaan PANAS pada variabel temperatur, bila sebuah benda mempunyai dua buah sisi, sisi depan temperaturnya 42 °C dan sisi belakang temperaturnya 51°C.

$$\begin{aligned}\mu_{\text{PANAS}}[42] &= 1 - 2((45-42)/(45-35))^2 \\ &= 1 - 2(3/10)^2 \\ &= 0,82\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu_{\text{PANAS}}[51] &= 2((55-51)/(55-45))^2 \\ &= 2(4/10)^2 \\ &= 0,32\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu[x;a,b,c]_{\text{phi}} &= \mu[x;c-b,c-b/2,c]_{\text{sigmoid}}; \quad x \leq c \\ &\quad \mu[x;c,c+b/2,c+b]_{\text{sigmoid}}; \quad x > c\end{aligned}$$

Fungsi Keanggotaan: Beta



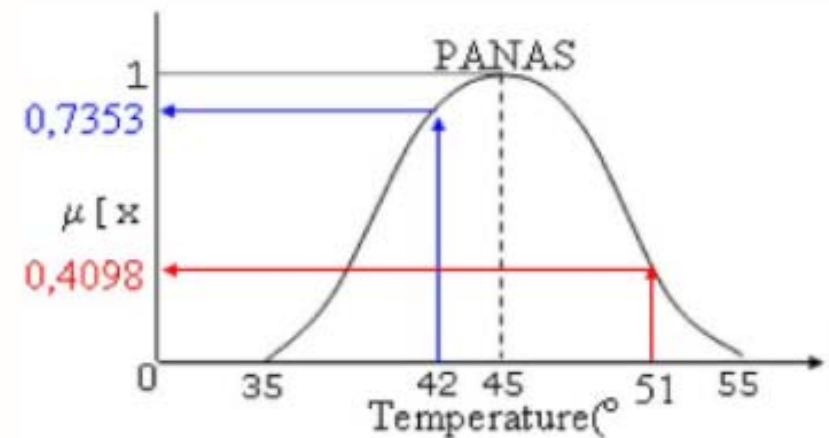
$$B(x; c, b) = \frac{1}{a + \left(\frac{x - c}{b}\right)^2}$$

Fungsi Keanggotaan: Beta

- Berapa derajat keanggotaan PANAS pada variabel temperatur, bila sebuah benda mempunyai dua buah sisi, sisi depan temperaturnya 42 °C dan sisi belakang temperaturnya 51°C.

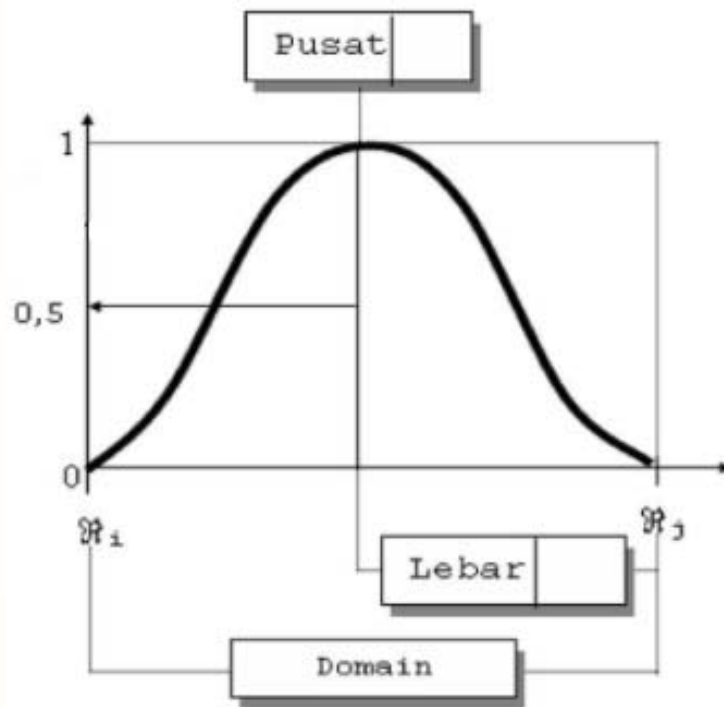
$$\begin{aligned}\mu_{\text{PANAS}}[42] &= 1/(1+((42-45)/5)^2) \\ &= 0,7353\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu_{\text{PANAS}}[51] &= 1/(1+((51-45)/5)^2) \\ &= 0,4098\end{aligned}$$



$$B(x; c, b) = \frac{1}{a + \left(\frac{x - c}{b}\right)^2}$$

Fungsi Keanggotaan: Gauss



$$G(x; L, c) = e^{-L(c-x)^2}$$

Operasi Himpunan Fuzzy

- Hasil operasi 2 himpunan disebut juga *fire strenght* atau *α -predikat*.
- Terdapat 3 operator dalam Himpunan Fuzzy (Operator Dasar Zadeh):
 - a. AND (*interseksi/irisan*)
 - b. OR (*union/gabungan*)
 - c. NOT (*komplemen*)

Operator Dasar Zadeh

a. Operator AND

- Operator ini berhubungan dengan operasi **interseksi** pada himpunan.
- α -predikat sebagai hasil operasi dengan operator **AND** diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan **terkecil** antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan

$$\mu_{A \cap B}[x] = \min(\mu_A[x], \mu_B[y])$$

- **Fuzzy intersection** ($\cap$): irisan dari 2 himpunan fuzzy adalah **minimum** dari tiap pasang elemen pada kedua himpunan.
- Contoh:
 - $A = \{1.0, 0.20, 0.75\}$
 - $B = \{0.2, 0.45, 0.50\}$
 - $A \cap B = \{\text{MIN}(1.0, 0.2), \text{MIN}(0.20, 0.45), \text{MIN}(0.75, 0.50)\}$
 $= \{0.2, 0.20, 0.50\}$



Operator Dasar Zadeh

b. Operator OR

- Operator ini berhubungan dengan operasi **union** pada himpunan..
- α -predikat sebagai hasil operasi dengan operator **OR** diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terkecil antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan

$$\mu_{A \cup B}[x] = \max(\mu_A[x], \mu_B[y])$$

- **Fuzzy union** ($\cup$): union dari 2 himpunan adalah **maksimum** dari tiap pasang elemen pada kedua himpunan.
- Contoh:
 - $A = \{1.0, 0.20, 0.75\}$
 - $B = \{0.2, 0.45, 0.50\}$
 - $A \cup B = \{\text{MAX}(1.0, 0.2), \text{MAX}(0.20, 0.45), \text{MAX}(0.75, 0.50)\}$
 $= \{1.0, 0.45, 0.75\}$



Operator Dasar Zadeh

c. Operator NOT

- Operator ini berhubungan dengan operasi **komplemen** himpunan.
- α -predikat sebagai hasil operasi dengan operator **NOT** diperoleh dengan mengurangi angka 1 dengan elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan

$$\mu_A^c [x] = 1 - \mu_A[x]$$

- Komplemen ($'$): komplemen dari himpunan fuzzy terdiri dari semua komplemen elemen.
- Contoh
 - $A = \{1.0, 0.20, 0.75\}$
 - $A' = \{1 - 1.0, 1 - 0.2, 1 - 0.75\} = \{0.0, 0.8, 0.25\}$



Contoh perhitungan fire strength menggunakan operator Zadeh

Nilai keanggotaan sebagai hasil dari operasi 2 himpunan: fire strength atau α -predikat

Misalkan, diketahui:

- nilai keanggotaan IP 3.2 pada himpunan **IPtinggi** adalah 0.7
- nilai keanggotaan 8 semester pada himpunan **LulusCepat** adalah 0.8

$$\rightarrow \mu_{\text{IPtinggi}}[3.2] = 0.7$$

$$\rightarrow \mu_{\text{LulusCepat}}[8] = 0.8$$

- maka α -predikat untuk IPtinggi **dan** LulusCepat: **AND**

$$\mu_{A \cap B}[x] = \min(\mu_A[x], \mu_B[y])$$

$$\begin{aligned} \mu_{\text{IPtinggi} \cap \text{LulusCepat}} &= \min(\mu_{\text{IPtinggi}}[3.2], \mu_{\text{LulusCepat}}[8]) \\ &= \min(0.7, 0.8) = 0.7 \end{aligned}$$

- α -predikat untuk IPtinggi **atau** LulusCepat: **OR**

$$\mu_{A \cup B}[x] = \max(\mu_A[x], \mu_B[y])$$

$$\begin{aligned} \mu_{\text{IPtinggi} \cup \text{LulusCepat}} &= \max(\mu_{\text{IPtinggi}}[3.2], \mu_{\text{LulusCepat}}[8]) \\ &= \max(0.7, 0.8) = 0.8 \end{aligned}$$

- α -predikat untuk **BUKAN IPtinggi** : **NOT (Complement)**

$$\mu_A^c[x] = 1 - \mu_A[x]$$

$$\mu_{\text{IPtinggi}}^c = 1 - \mu_{\text{IPtinggi}}[3.2] = 1 - 0.7 = 0.3$$

Operasi Himpunan Fuzzy

Operasi Gabungan (Union)

$$\mu_{A \cup B}[x] = \max(\mu_A[x], \mu_B[y]) , x \in X$$

- Misalkan nilai keanggotaan temperatur 45°C pada himpunan PANAS adalah 0,6

$$\mu_{\text{PANAS}}[45] = 0,6$$

- Dan nilai keanggotaan 50 pcs/hari pada himpunan produksi NAIK adalah 0,3

$$\mu_{\text{NAIK}}[50] = 0,3$$

- maka α -predikat untuk temperatur PANAS **OR** produksi NAIK adalah:

$$\begin{aligned}\mu_{\text{PANAS} \cup \text{NAIK}} &= \max\{\mu_{\text{PANAS}}[45], \mu_{\text{NAIK}}[50]\} \\ &= \max\{0,6; 0,3\} \\ &= 0,6\end{aligned}$$

Operasi Himpunan Fuzzy

Operasi Irisan (Intersection)

$$\mu_{A \cap B}[x] = \min(\mu_A[x], \mu_B[y]), x \in X$$

- Misalkan nilai keanggotaan temperatur 45°C pada himpunan PANAS adalah 0,6

$$\mu_{\text{PANAS}}[45] = 0,6$$

- Dan nilai keanggotaan 50 pcs/hari pada himpunan produksi NAIK adalah 0,3

$$\mu_{\text{NAIK}}[50] = 0,3$$

- maka α -predikat untuk temperatur PANAS **OR** produksi NAIK adalah:

$$\begin{aligned}\mu_{\text{PANAS} \cap \text{NAIK}} &= \min\{\mu_{\text{PANAS}}[45], \mu_{\text{NAIK}}[50]\} \\ &= \min\{0,6; 0,3\} \\ &= 0,3\end{aligned}$$

Operasi Himpunan Fuzzy

Operasi Komplemen (Complement)

$$\mu_A^c[x] = 1 - \mu_A[x]$$

- Misalkan nilai keanggotaan temperatur 45°C pada himpunan PANAS adalah 0,6

$$\mu_{\text{PANAS}}[45] = 0,6$$

- maka α -predikat untuk temperatur TIDAK PANAS adalah:

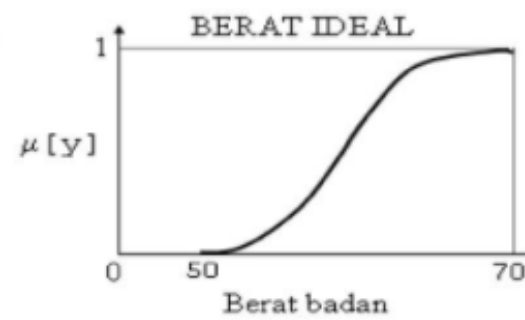
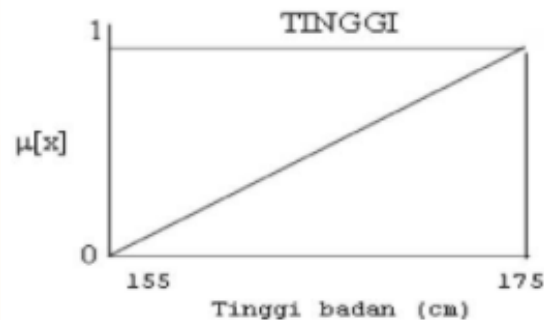
$$\begin{aligned}\mu_{\text{TIDAK_PANAS}} &= 1 - \mu_{\text{PANAS}}[45] \\ &= 1 - 0.6 \\ &= 0,4\end{aligned}$$

Penalaran Monoton

- Penalaran monoton digunakan untuk merelasikan himpunan fuzzy A pada variabel x dan himpunan fuzzy B pada variabel y dengan cara membuat **implikasi** berikut

IF x is A THEN y is B

- Diketahui dua himpunan fuzzy: TINGGI (tinggi badan orang Surabaya) dan BERAT (berat badan ideal orang Surabaya) seperti terlihat pada gambar.



Penalaran Monoton

- Relasi antara kedua himpunan diatas diekspresikan dengan aturan tunggal berikut:

IF TinggiBadan is TINGGI THEN BeratBadan is BERAT IDEAL

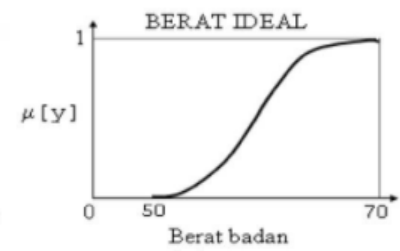
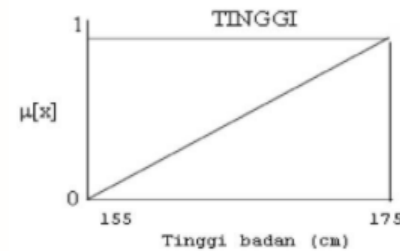
- Jika Budi mempunyai tinggi badan 168 cm dengan berat badan 55 kg, apakah Budi termasuk orang yang mempunyai berat badan ideal, kurus atau gemuk ?

Penalaran Monoton

- Sebelumnya kita hitung dulu bagian **IF**, yaitu menghitung derajat tinggi badan sebagai berikut,
Derajat Tinggi [168] $= (168 - 155) / (175 - 155) = 0.65$
- Derajat Tinggi untuk merelasikan himpunan TINGGI dan BERAT IDEAL dengan cara menghitung bagian **THEN**, yaitu:

Nilai Berat[0.65]:

$$\begin{aligned}
 &1 - 2[(70 - y) / (70 - 50)]^2 &&= 0.65 \\
 &1 - 2(70 - y)^2 / 400 &&= 0.65 \\
 &2(70 - y)^2 / 400 &&= 0.35 \\
 &(70 - y)^2 &&= 70 \\
 &(70 - y) &&= 8.366 \\
 &y &&= 61.634 \text{ kg}
 \end{aligned}$$



- Berat badan Budi adalah 55 kg, berarti Budi termasuk orang **kurus**, karena berat badannya lebih rendah dari berat badan idealnya 61,634 kg.

Sistem Inferensi Fuzzy

Sistem inferensi fuzzy adalah cara memetakan ruang input menuju ruang output menggunakan logika fuzzy.



Sistem Inferensi Fuzzy

- a. **Fuzzification:** suatu proses pengubahan input sistem yang bernilai tegas menggunakan fungsi keanggotaan fuzzy, menjadi variabel linguistik menggunakan fungsi keanggotaan yang disimpan dalam basis pengetahuan fuzzy.

Definisi dari himpunan fuzzy dan penentuan derajat keanggotaan dari crisp *input* pada sebuah himpunan fuzzy.

- b. **Fuzzy Rule Base:** kumpulan bentuk aturan relasi/implikasi IF-THEN yang dibuat oleh pakar di bidangnya.

Contoh: if $X=A$ dan $Y=B$ then $Z=C$

- c. **Inference Engine:** proses untuk mengubah input fuzzy menjadi output fuzzy dengan cara mengikuti aturan-aturan (IF-THEN Rules) yang telah ditetapkan pada basis pengetahuan fuzzy.

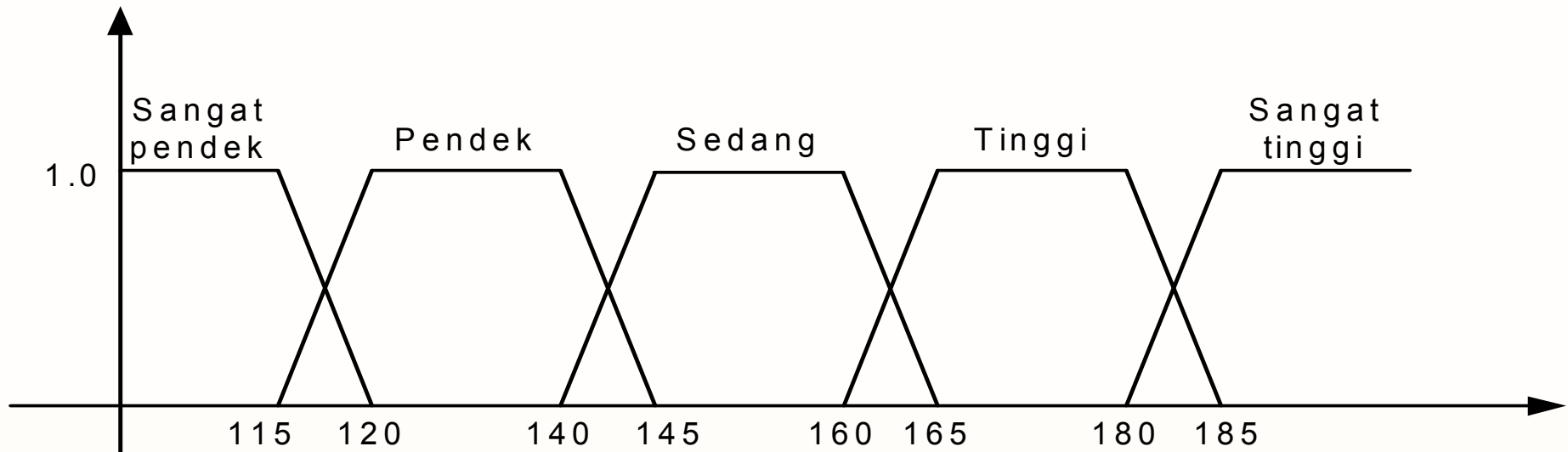
Proses implikasi dalam menalar nilai masukan untuk menentukan nilai keluaran sebagai bentuk pengambilan keputusan.

- d. **Defuzzification:** proses mengubah output fuzzy yang diperoleh dari mesin inferensi menjadi nilai tegas menggunakan fungsi keanggotaan yang sesuai dengan saat dilakukan fuzzyfikasi.



Fuzzyfication (1): Mengubah nilai tegas/real kedalam fungsi keanggotaan fuzzy.

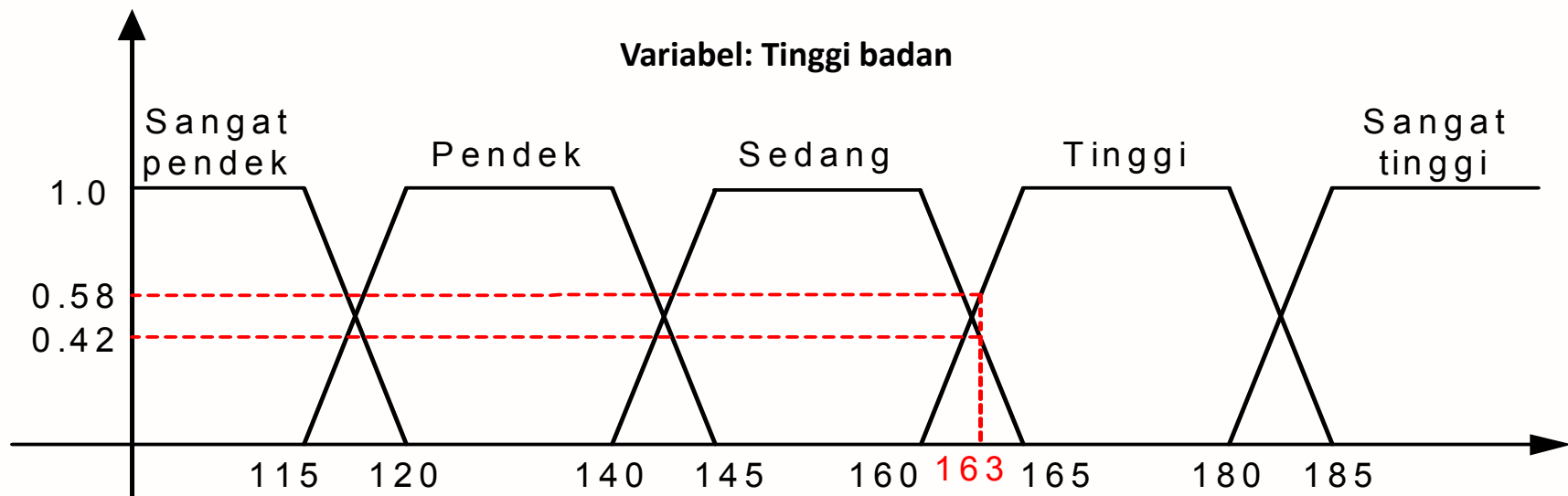
Contoh: Variabel tinggi badan



$$\mu = [\mu_{sp}, \mu_p, \mu_s, \mu_t, \mu_{st}]$$

Fuzzyfication (2)

Mengubah nilai tegas/real kedalam fungsi keanggotaan fuzzy.



$$\mu[163] = [0, 0, 0.42, 0.58, 0]$$

atau

$$\mu_{\text{sedang}}[163] = 0.42, \mu_{\text{tinggi}}[163] = 0.58$$

Referensi

- Modul Ajar Kecerdasan Buatan, Entin Martiana, Ali Ridho Barakbah, Yuliana Setiowati, Politeknik Elektronika Negeri Surabaya, 2014.
- Artificial Intelligence (Teori dan Aplikasinya), Sri Kusumadewi, cetakan pertama, Penerbit Graha Ilmu, 2003.



bridge to the future

<http://www.eepis-its.edu>